

欢姆社学习漫画

# 漫画统计学

〔日〕高桥 信/著

〔日〕株式会社TREND-PRO/漫画制作

陈 刚/译



科学出版社

www.sciencep.com

A decorative border featuring stylized black and white floral motifs, including lotus-like flowers and scrolling vines, framing the central text.

KindleDX 出版署

# ✿ 前 言 ✿

本书是统计学的入门书。

我将读者对象预设为下列两大类：

- 写作毕业论文或在工作中须进行资料分析者
- 虽然现在没有分析资料的需求，但想一窥统计学的奥妙者。当然也非常欢迎对统计学稍有涉猎的读者。

统计学是与“生活”及“工作”有密切关系的一门学科。如果能够掌握统计学知识，那么你的生活将会变得更加方便，例如：

- 可预测校庆时推出的炒面可卖出几份
- 可预测资格考试可否通过
- 可比较投入药剂 X 和不投药剂 X 两种情况下的存活率

本书共分 7 章。各章原则上由下列部分构成。

- 漫画部分
- 补充漫画部分的解说
- 例题和解答
- 总整理

但是也有某些章节并不遵循上述构成方式。

读者即使仅阅读漫画部分，也可逐渐了解统计学概念。如果再阅读其他部分，则可增加知识掌握的深度。

“统计学可真是有趣而实用呀！”若各位在读完本书后能有这样的感受，我将感到荣幸之至。

感谢欧姆社的各位编辑，能给我这次机会著作此书。同时也感 TREND-PRO 股份有限公司的各位漫画作者，有了他们的努力，我的原著才得以转换成漫画形式。另外，还有负责脚本创作的 re-akino，负责做画的 Inoue Iroha。此外，还要感谢在我著作之际，为我提供多方建议的日本立教大学社会学系的酒折文武老师。

高桥 信



# ＊ 目 录 ＊

序 章 令人悸动的统计学	1
第 1 章 确认数据种类	13
☆ 1. 分类数据和数值数据	14
☆ 2. 分类数据注意事项举例	20
☆ 3. 实务中“非常有趣”～“非常无趣”的运用	28
例题和解答	29
总整理	29
第 2 章 掌握数据整体的状态 ( 数值数据篇 )	31
☆ 1. 次数分布表和直方图	32
☆ 2. 平均数	40
☆ 3. 中位数	44
☆ 4. 标准差	48
☆ 5. 次数分布表的组距	54
☆ 6. 推断统计学和描述统计学	57
例题和解答	57
总整理	58
第 3 章 掌握数据整体的状态 ( 分类数据篇 )	59
☆ 1. 次数分布表	
例题和解答	64
总整理	64
第 4 章 标准计分和离差	65
☆ 1. 标准化和标准计分	66
☆ 2. 标准计分的特征	73

☆ 3. 离 差	74
☆ 4. 关于离差的解释	76
例题和解答	78
总整理	80

## 第 5 章 求机率 81

☆ 1. 机率密度函数	82
☆ 2. 正态分布	86
☆ 3. 标准正态分布	89
☆ 4. 卡方分布	99
☆ 5. $t$ 分布	106
☆ 6. $F$ 分布	106
☆ 7. “ $\chi^2$ 分布” 和 EXCEL	107
例题和解答	108
总整理	109

## 第 6 章 双变量的相关分析 111

☆ 1. 相关系数	116
☆ 2. 相关比	121
☆ 3. 克萊姆相关系数	127
例题和解答	138
总整理	142

## 第 7 章 深入理解独立性检验 143

☆ 1. 什么是检验	144
☆ 2. 独立性检验	151
☆ 3. 虚无假说和对立假说	170
☆ 4. $P$ 值和“检验”的顺序	175
☆ 5. 独立性检验和齐性检验	184

☆ 6. “检验”的结论表现	187
例题和解答	188
总整理	189

## 附 录 运用 EXCEL 计算 191

☆ 1. 做成次数分布表（一部分）	192
☆ 2. 算出平均数、中位数、标准差	195
☆ 3. 做成“次数分布表”（一部分）	197
☆ 4. 算出标准分数、离差	199
☆ 5. 算出标准正态分布的机率	204
☆ 6. 算出卡方分布的横轴刻度	205
☆ 7. 算出相关系数的值	207
☆ 8. 独立性检验	208

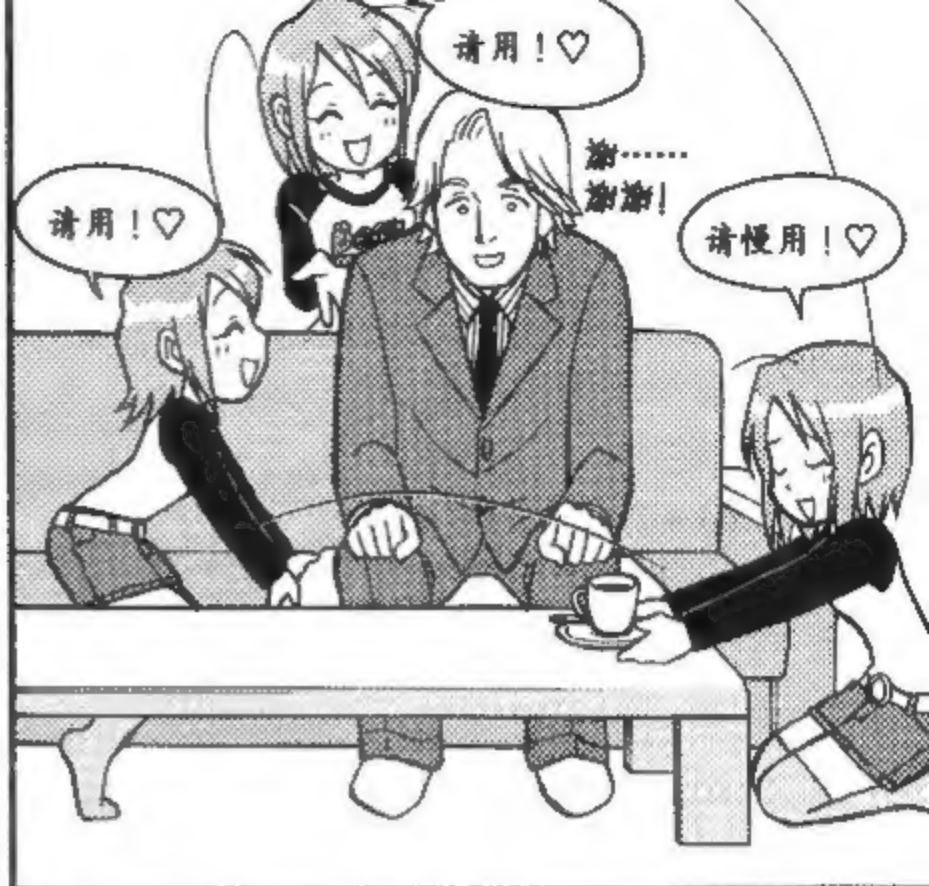
## 参考文献 213

# 序 章

## 令人悸动的统计学







具体来说，就是利用统计学知识来做市场调查……

你还在上高中，即便我这么说，我想你应该还是不知道什么是“营销”，对吧！

嗯！的确不懂。

真是好直接啊！  
那么“统计学”呢？

嗯……

大概不是很清楚吧？所谓的统计学，粗略来说，就是从样本反应出的信息中推测总体状况的学问。

好像有点太难了！

啊！有了。

喂，  
孩子！

统计资料

正好今天的晚报有  
刊载内阁支持率的  
内容呢！



“根据朝每晚报的调查结果，  
内阁支持率为39%。”

这是怎么算出来的  
呢？



朝每晚报并没有来询问我  
支持谁啊？

高津先生呢？



没，

也没有人来问  
我啊！



嗯！  
明明你们都没有直接接受  
调查，但朝每晚报却还能  
算出内阁支持率？

而且你们也都有投票权呀！  
是不是有点奇怪啊？



是的，此处就应用了  
统计学知识啦！

那…… 那么？



疏衣，日本大约有多  
少人有投票权呢？

嗯…… 很多！  
非常多！

真的！

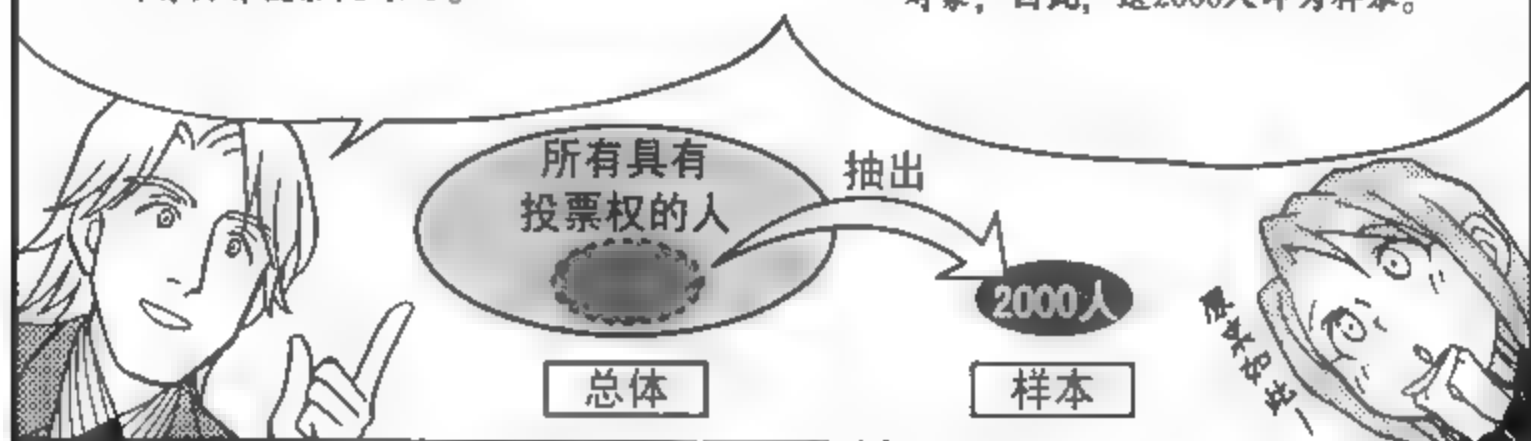


1. 总体· Population。 2. 样本; Sample。

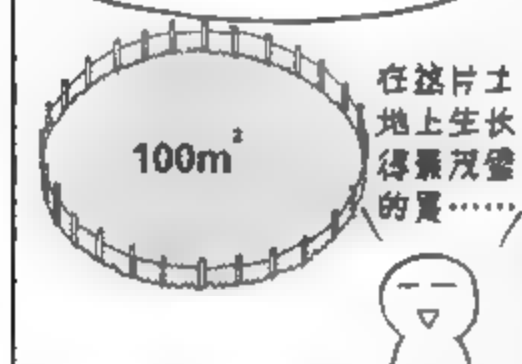


总之，以内阁支持率为例，总体即为“所有具有投票权的人”。

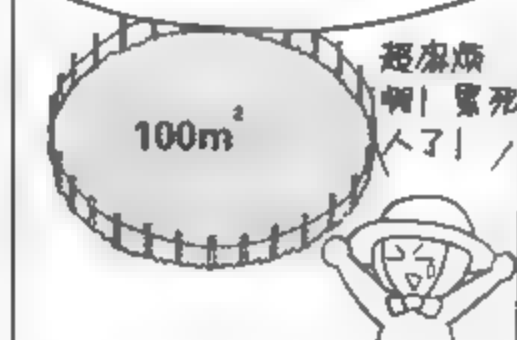
而这个调查似乎是以2000人为询问对象，因此，这2000人即为样本。



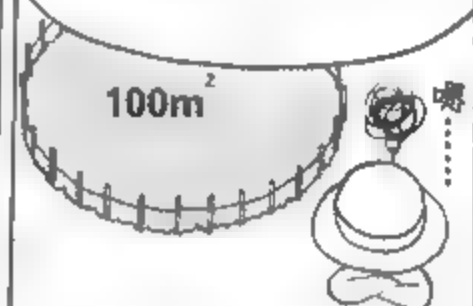
如果可能的话，当然希望调查总体。

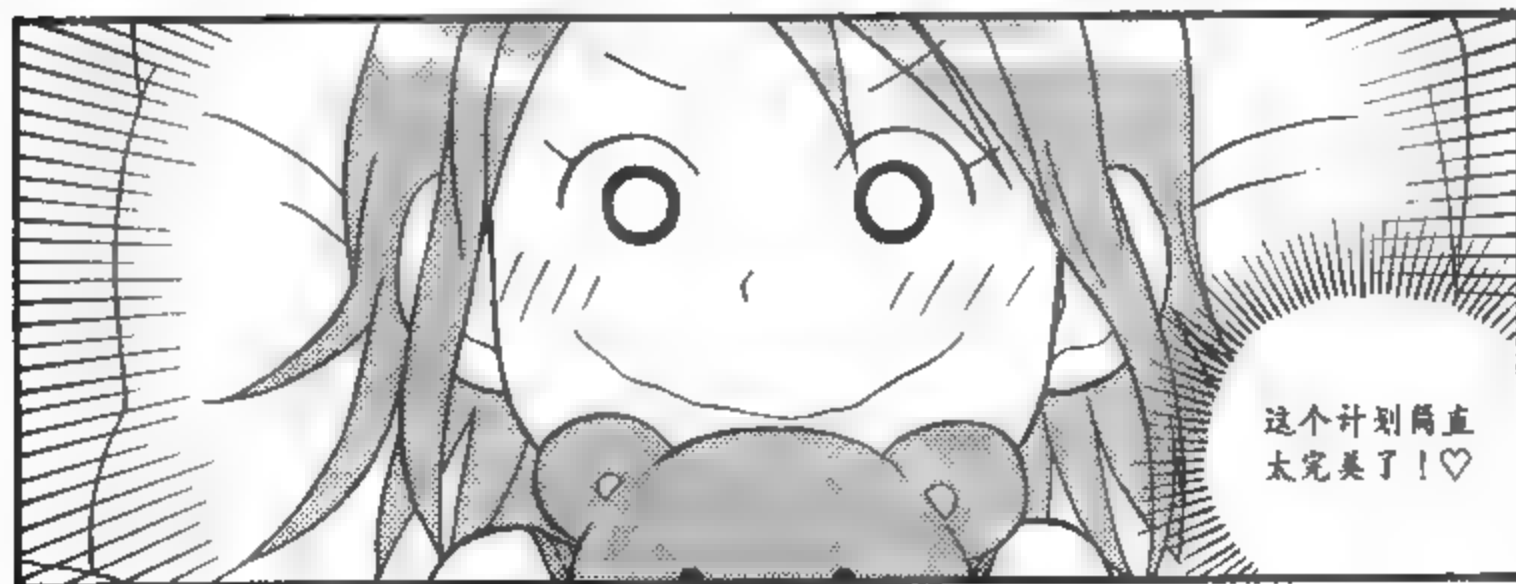
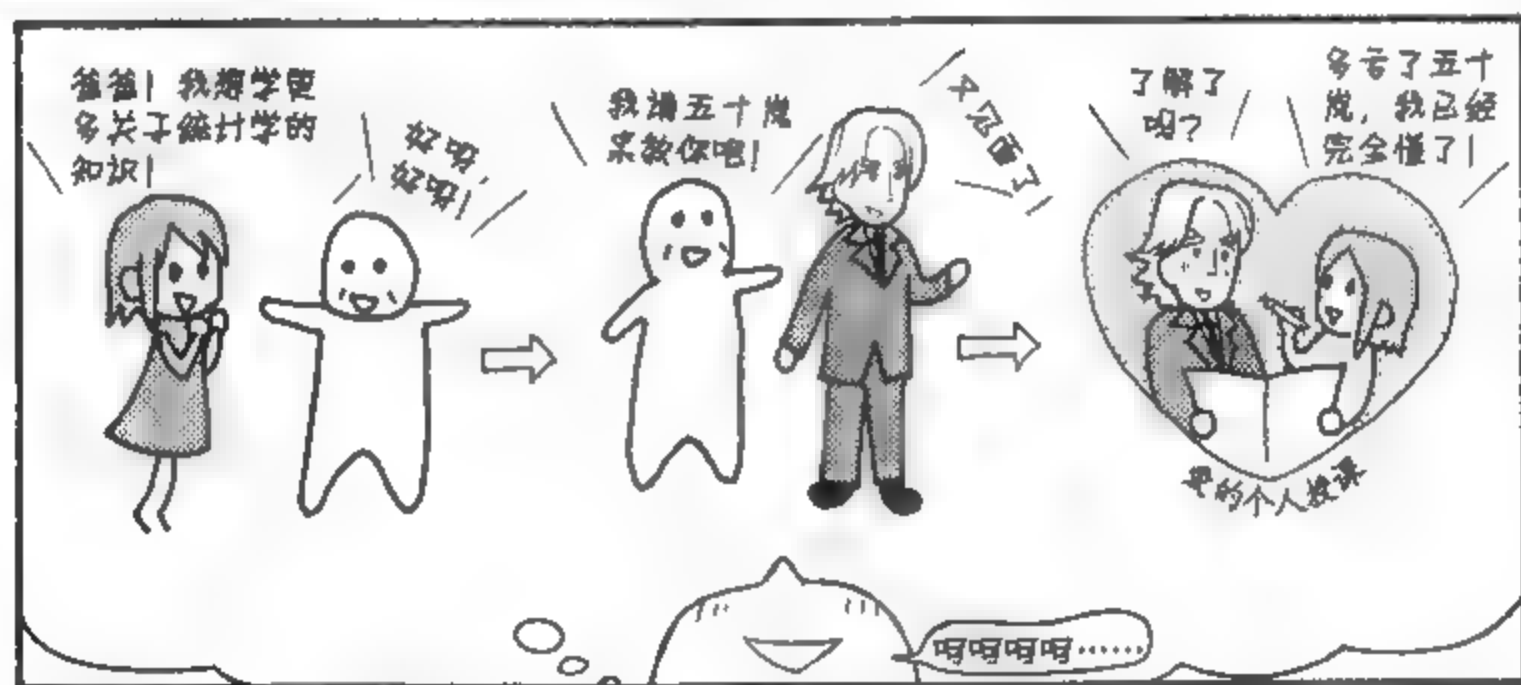
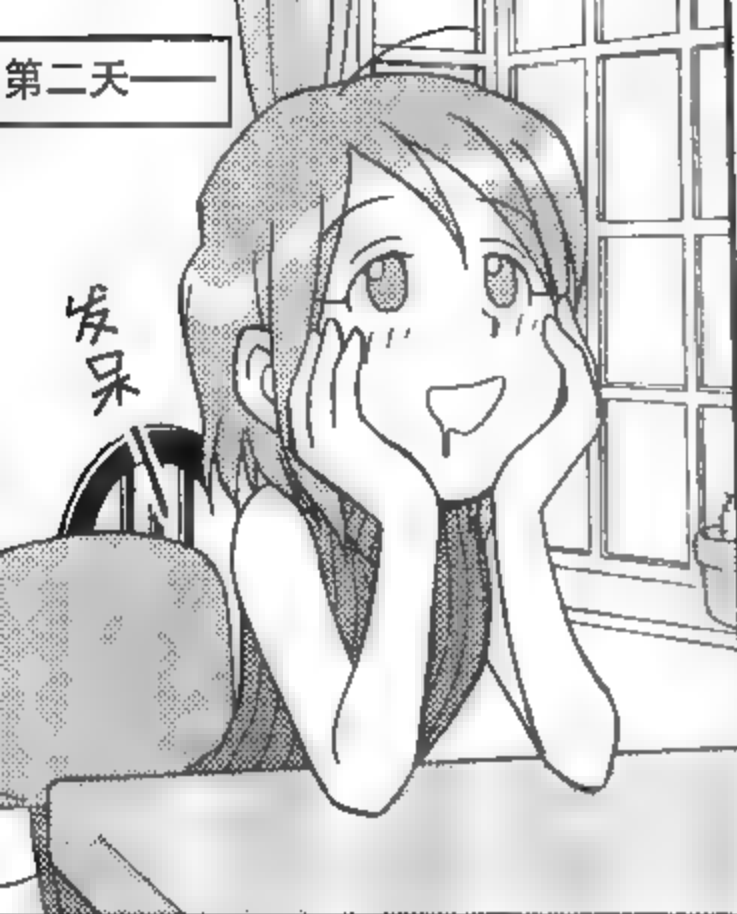


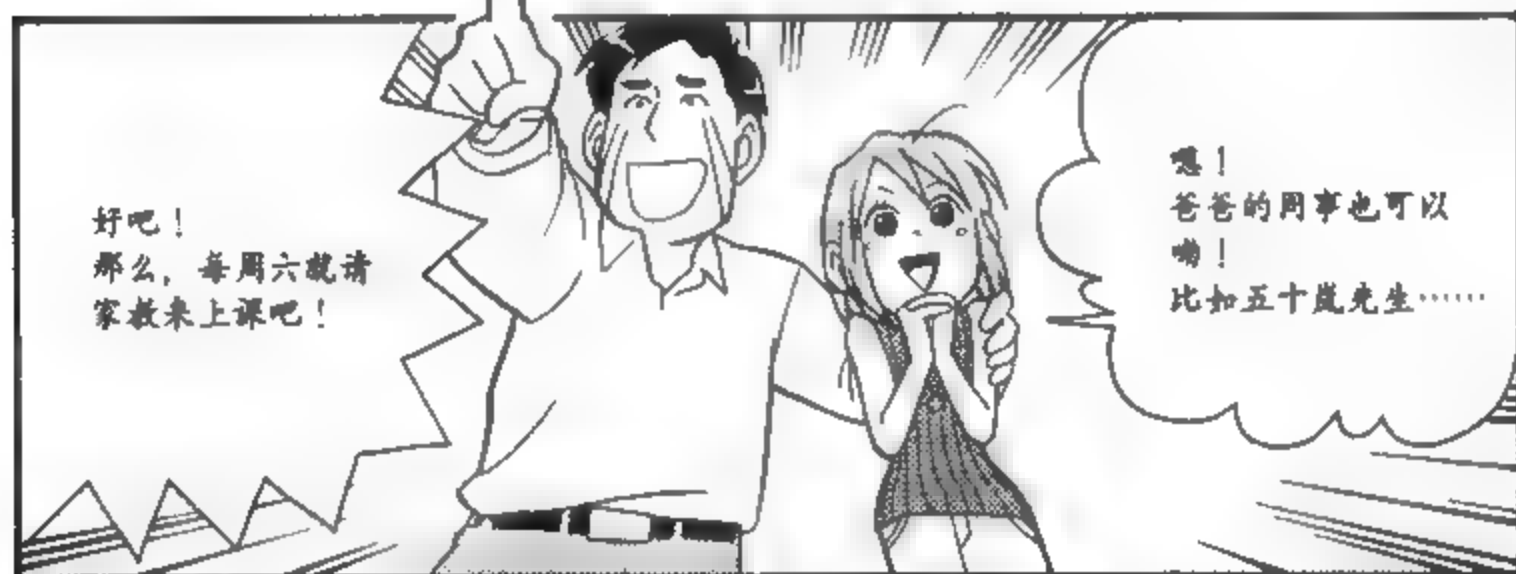
然而，这在现实中是不可能的。真是令人困惑呀！



就算无法进行精细的调查，难道没办法尽可能准确地得知总体的状况吗？











你……  
这家伙是  
谁呀！

疏衣，这是我的同  
事，山本守。

你好！

爸，爸爸……  
五十歲先生呢？

嗯？  
山本住得比五十  
歲离咱家近呀！  
而且教得也比较  
好呦！

那么，你们好  
好上课吧！

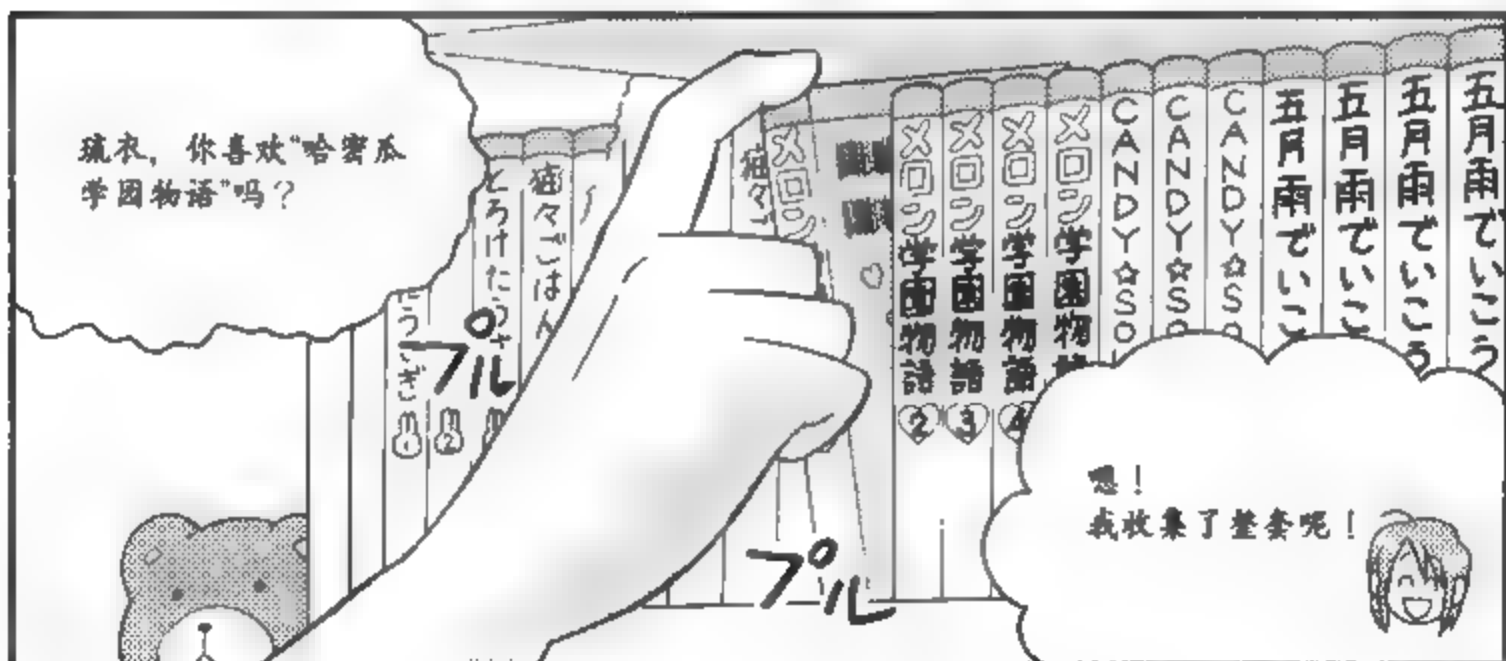
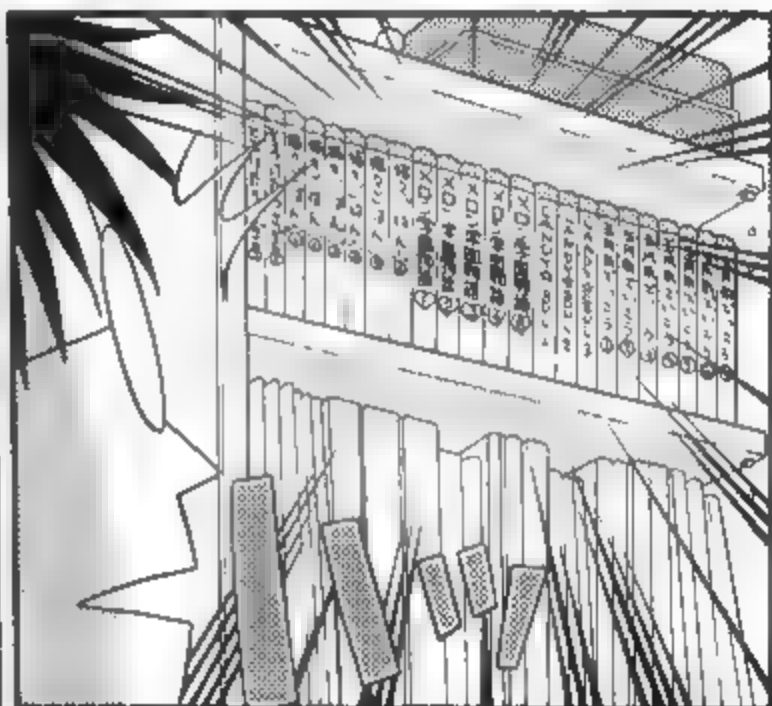
哈哈！



# ◆ 第 1 章 ◆

## 确认数据种类

## ✿ 1. 分类数据和数值数据 ✿







## ★哈密瓜学园物语第五集★

### 爱读者问卷

Q1. 读完“哈密瓜学园物语”第五集的感觉是什么?

1. 非常有趣
2. 有点有趣
3. 一般
4. 有点无趣
5. 非常无趣

Q2. 你的性别是?

1. 女      2. 男

Q3. 你的年龄是?

\_\_\_\_岁

Q4. 平均每月购买几本杂志?

\_\_\_\_本

我们将从回函中抽取30名幸运读者，并赠送“莉娜钥匙环”哟!



感谢您的协助，您的宝贵意见将是我们今后出版和策划的重要参考。



从读者处获得的数据

	Q1 读“哈密 学”的感觉	Q2 性别	Q3 年龄 (岁)	Q4 平均一个月购 买的杂志数 (册)
琉衣	非常有趣	女	17	2
A	有点有趣	女	17	1
B	一般	男	18	5
C	有点无趣	男	22	7
D	有点有趣	女	25	4
E	非常无趣	男	20	3
F	非常有趣	女	16	1
G	有点有趣	女	17	2
H	一般	男	18	0
I	一般	女	21	3



假设问卷调查的结果  
像这样。









# ★哈密瓜学园物语第五集★

## 爱读者问卷

01. 读完“哈密瓜学园物语”第五集的感觉为?

- 1. 非常有趣
- 2. 有点有趣

### 不可测量的数据

02. 你的性别是?

- 1. 女
- 2. 男

03. 你的年龄为?

17 岁

### 可测量的数据

04. 平均每月购入几本杂志呢?

2 本

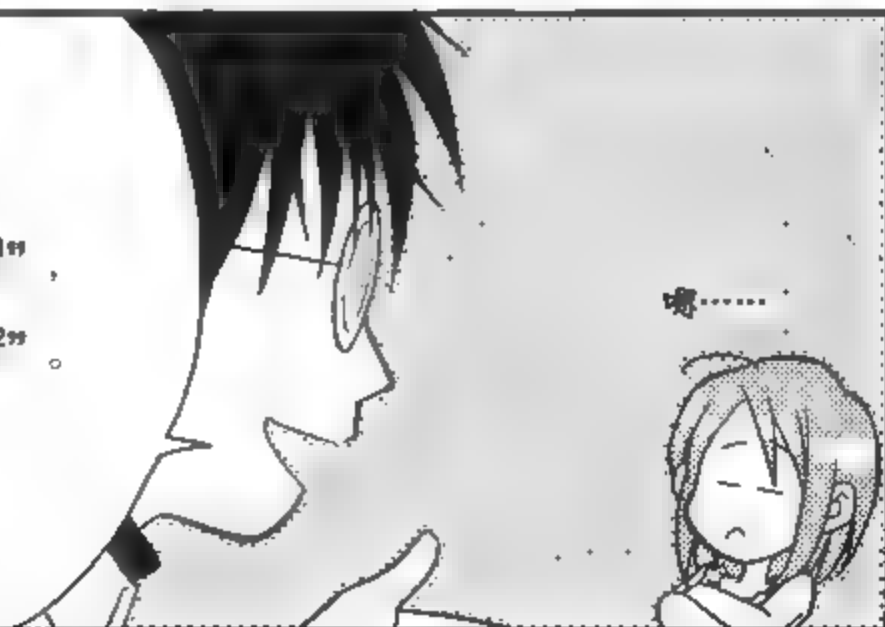
我们将从回函中抽取30名幸运读者, 并赠送“莉娜钥匙环”哟!



感谢您的来信, 您的宝贵意见将作为我们今后出版和策划的重要参考。

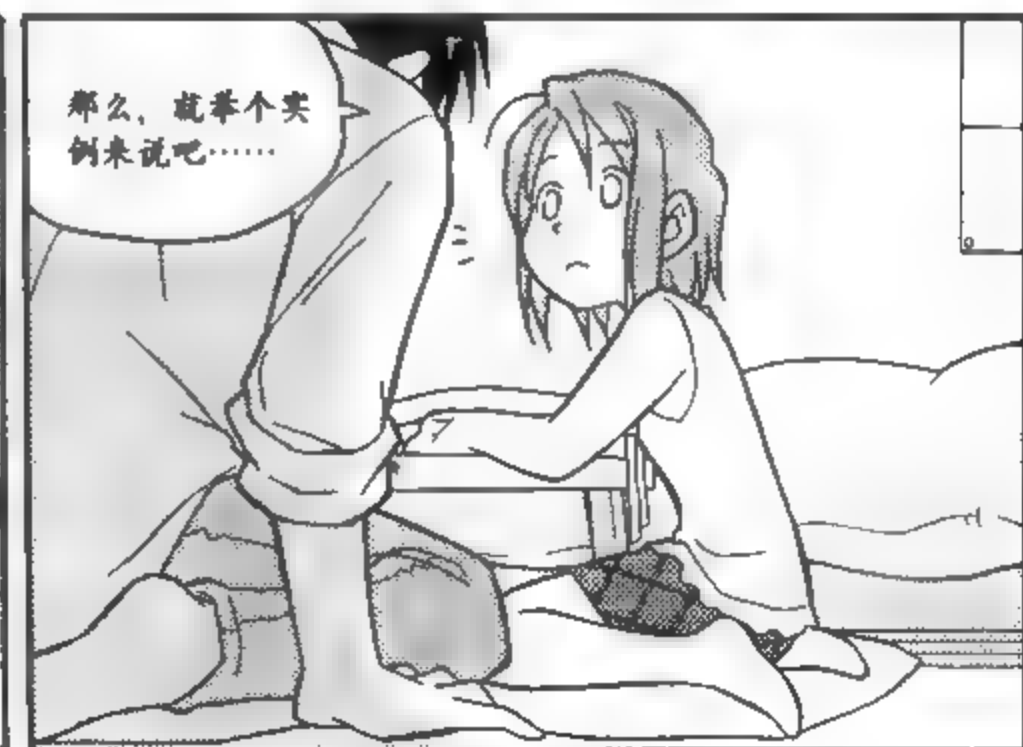
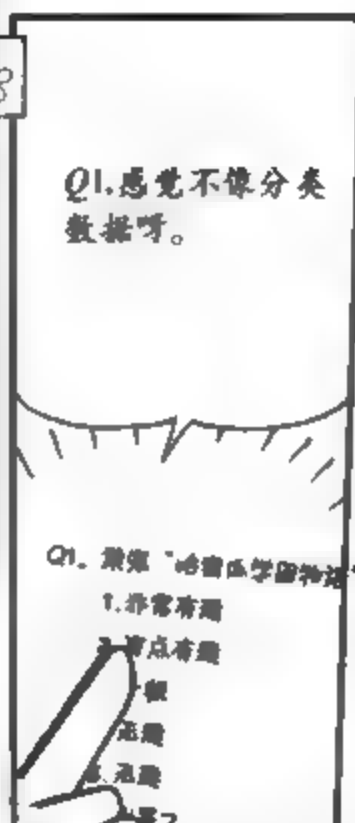
不可测量的数据称为“分类数据<sup>1)</sup>”,

而可测量的数据称为“数值数据<sup>2)</sup>”。



1. 分类数据: Category Data或Categorical Data。 2. 数值数据: Numerical Data。

## ✿ 2. 分类数据注意事项举例 ✿





砰

好了。  
151厘米。

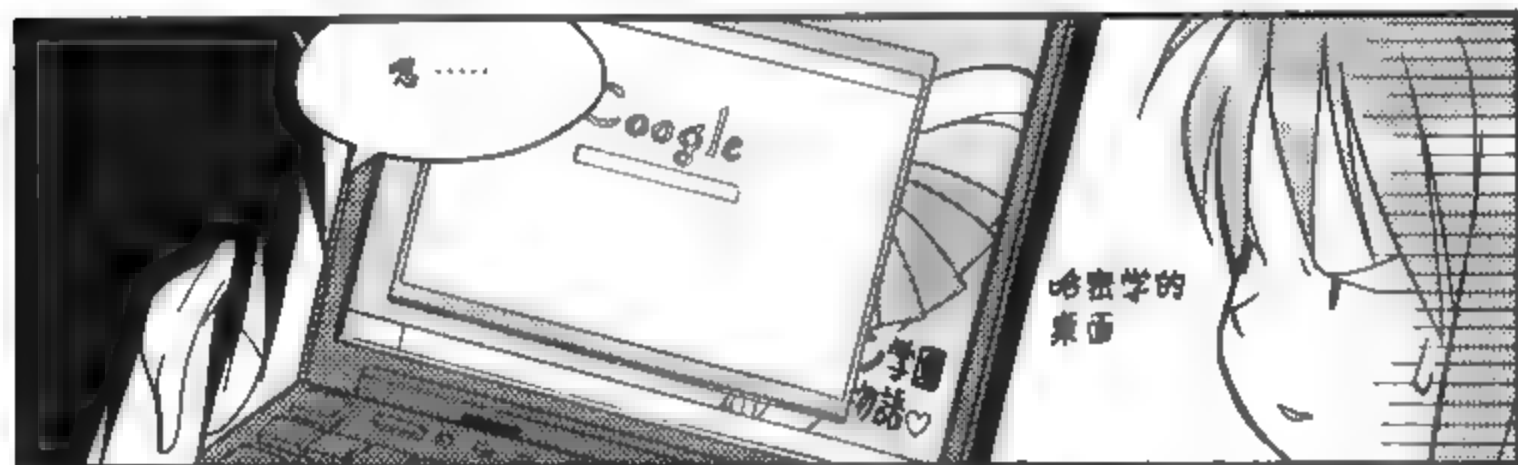
啊！以1厘米为测量刻度。

由于这个尺子以1厘米为测量刻度，因此，151厘米的上一个刻度就是152厘米，再往上也是等差的153厘米、154厘米

请看一下这个  
刻度。

嗯。

每一个刻度和相邻的刻度之间的  
间隔都是相等的。





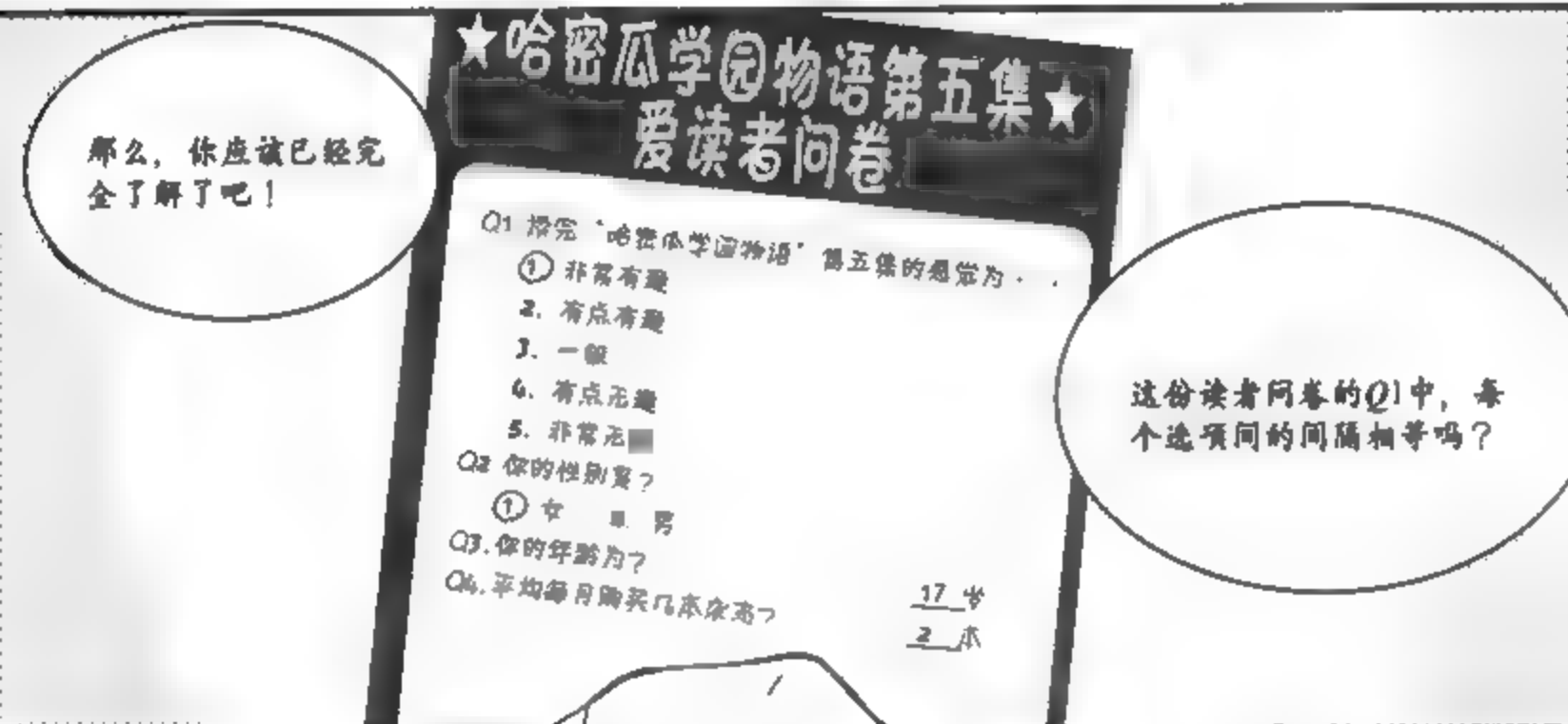


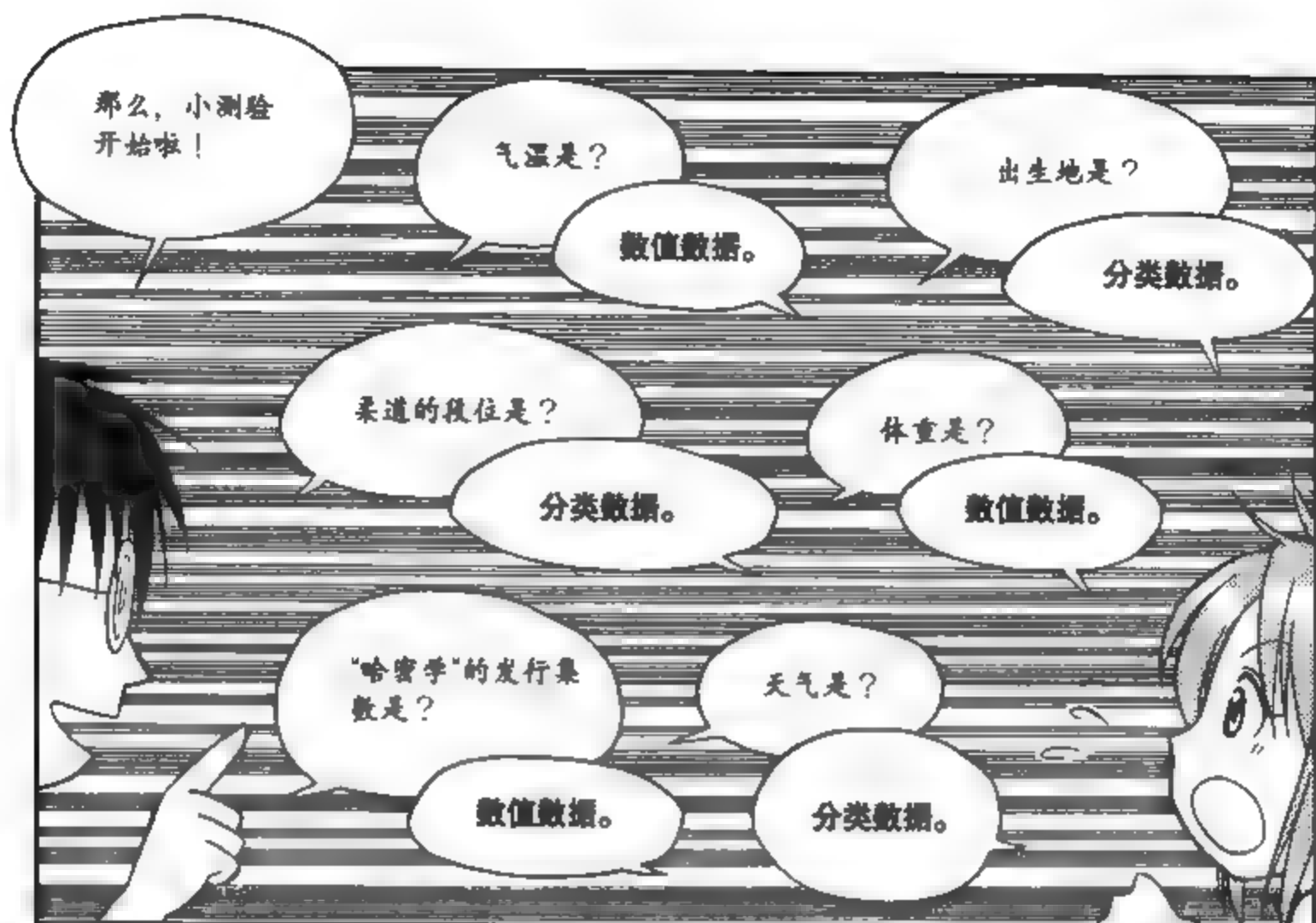
英检难易度的基准

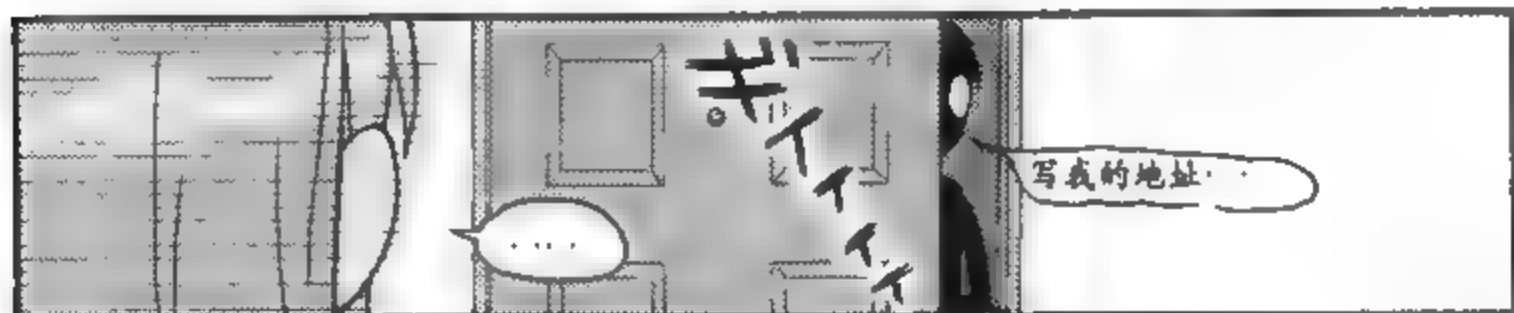
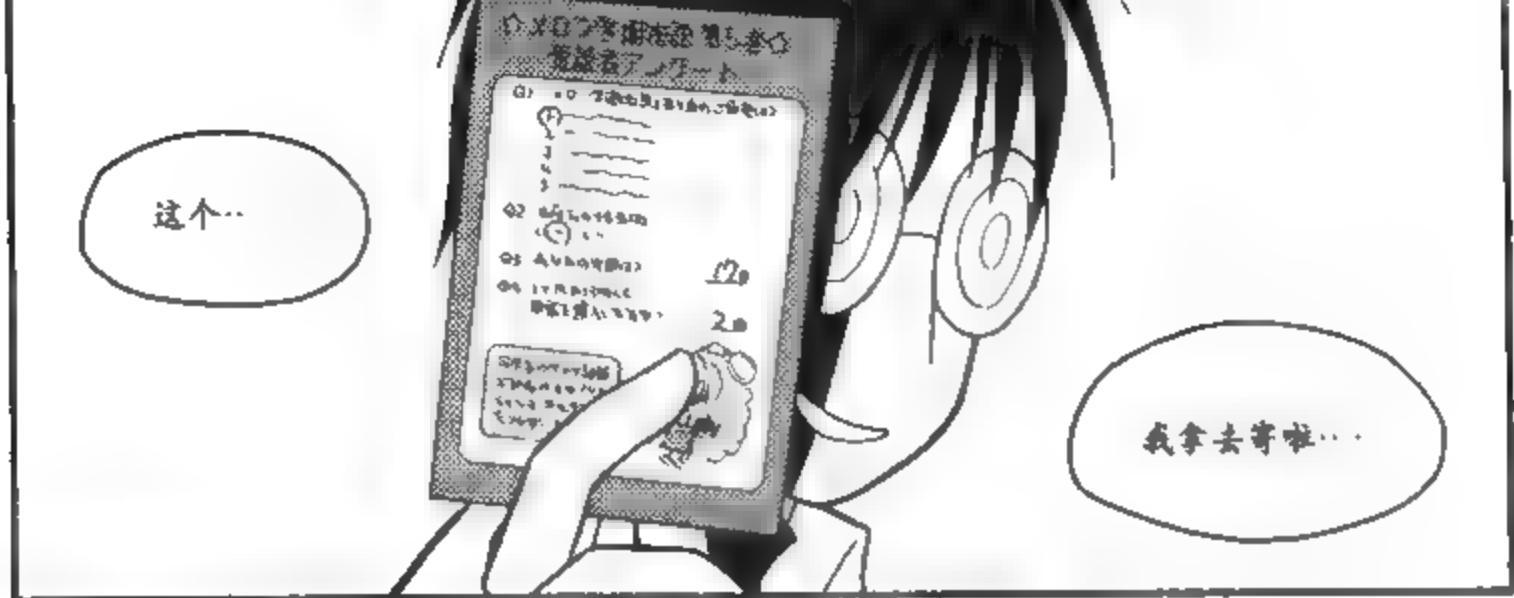
1级	2级	3级	4级	5级
大学 高级程度 约 (10,000~15,000)	高中 毕业程度 约 (5,100单词量)	中学 毕业程度 约 (2,100单词量)	中学 中级程度 约 (1,300单词量)	中学 初级程度 约 (600单词量)

(摘自财团法人日本英语考试协会<http://www.eiken.or.jp>)









### ✿ 3. 实务中“非常有趣”～“非常无趣”的运用 ✿

正如25页中所述,“Q1 读完‘哈密瓜学园物语’第五集的感觉为…”是分类数据。然而,实际的消费者问卷调查中,数值数据并不少见。也就是

非常有趣	⇒	5分
有点有趣	⇒	4分
一般	⇒	3分
有点无趣	⇒	2分
非常无趣	⇒	1分

或是

非常有趣	⇒	2分
有点有趣	⇒	1分
一般	⇒	0分
有点无趣	⇒	-1分
非常无趣	⇒	-2分

以这种方法解释数据的情况并不少见。

理论的世界和实际的世界,不,客套话的世界和真心话的世界也应该存在这样的区别。无论如何,希望各位知道,若观点不同,则数据的获得方式也有可能不同。



### 例题

请注意下表：

	血型	对运动饮料X的评价	开空调令人感到舒适的室温 [℃]	100米的短跑成绩(秒)
A同学	B	难喝	25	14.1
B同学	A	好喝	24	12.2
C同学	AB	好喝	25	17.0
D同学	O	普通	27	15.6
E同学	A	难喝	24	18.4
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

请将“血型”、“对运动饮料X的评价”、“开空调令人感到舒适的室温”、“100米的短跑成绩”分为分类数据或数值数据。

### 解答

“血型”和“对运动饮料X的评价”为分类数据。“开空调令人感到舒适的室温”和“100米的短跑成绩”为数值数据。

### 总整理

- 数据可分为分类数据和数值数据。
- “非常有趣”~“非常无趣”等，在理论上为分类数据。然而，在实务上，却经常将其视为数值数据。

## ◆ 第2章 ◆

# 掌握数据整体的状态

(数值数据篇)

✿ 1. 次数分布表和直方图 ✿





首先，将价格整理成表格来看一下。

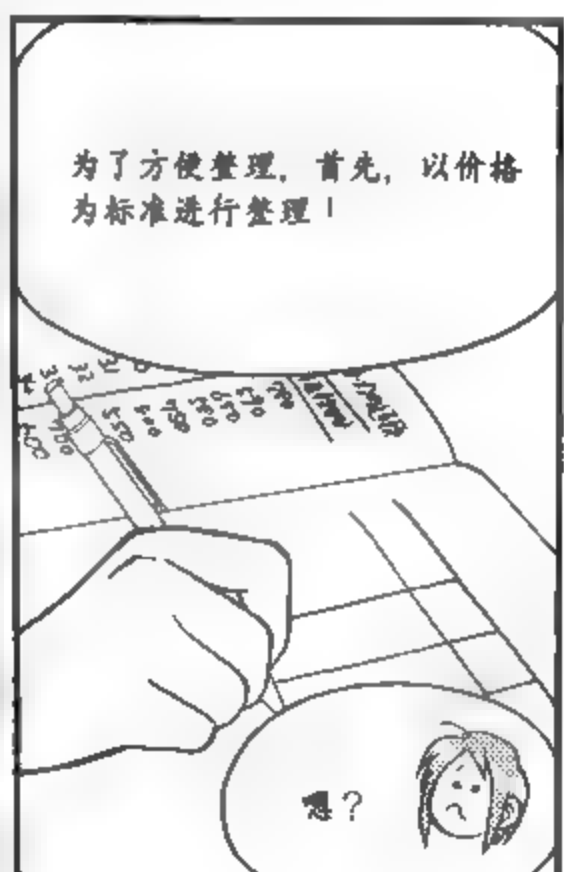
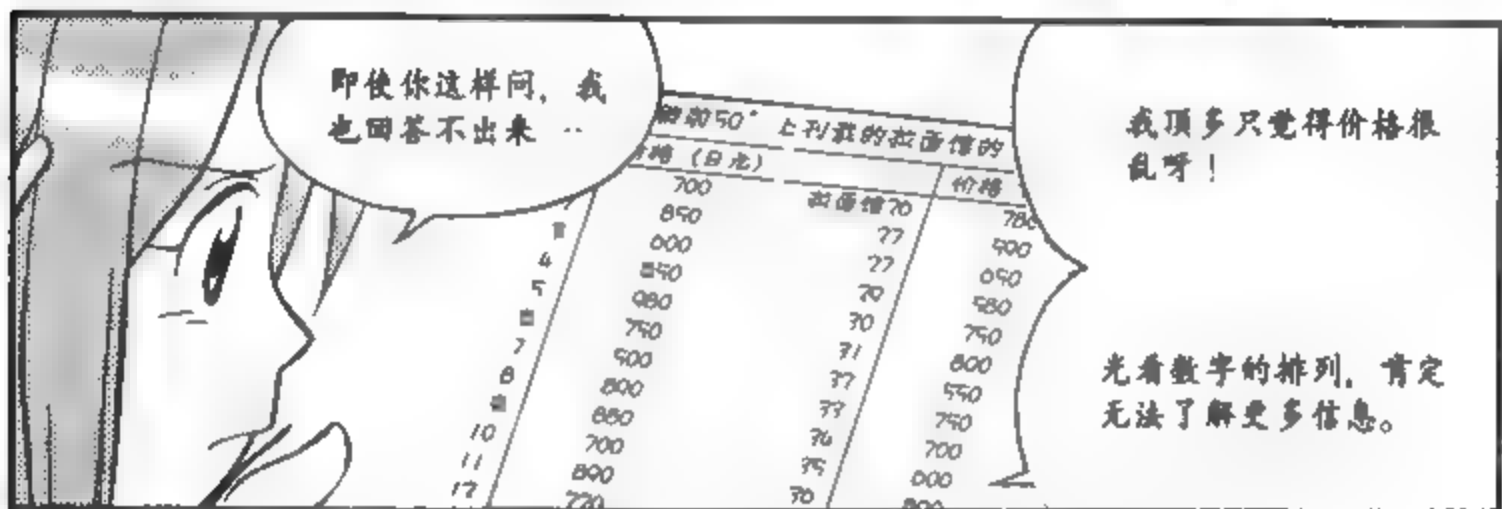


“美味拉面畅销前50”上刊载的拉面馆的拉面价格

	价格 (日元)		价格 (日元)
拉面馆1	700	拉面馆26	780
2	850	27	590
3	600	28	650
4	650	29	580
5	980	30	750
6	750	31	800
7	500	32	550
8	890	33	750
9	880	34	700
10	700	35	600
11	890	36	800
12	720	37	800
13	680	38	880
14	650	39	790
15	790	40	790
16	670	41	780
17	680	42	600
18	900	43	670
19	880	44	680
20	720	45	650
21	850	46	890
22	700	47	930
23	780	48	650
24	850	49	777
25	750	50	700

怎么又开始上起课来了……







也就是说……

请想象一下，一家集结了50家拉面馆的百货公司吧！

太……太棒了！

怎么变成了电梯小姐？

楼层（组）

以上 未滿

5层  
900~1000日元

4层  
800~900日元

3层  
700~800日元

2层  
600~700日元

1层  
500~600日元

如果每家店都只卖一种拉面。

然后，依照拉面的价格层级分楼层。

像这样的分区，统计学上称为“组”<sup>1)</sup>

明白！

1. 组：Class。

每层楼都挂一块看板，显示该楼层的中间价格。

2层  
650

拉面馆

欢迎光临！

650日元

因为2楼是600~700日元，  
所以标着650日元。

# 各楼层指南

楼层(组) 以上未开	该楼层的店面	看板的数字 (组中值)
5层 900~1000日元	■■■■■	950
4层 800~900日元	■■■■■ ■■■■■	850
3层 700~800日元	■■■■■ ■■■■■ ■■■■■	750
2层 600~700日元	■■■■■ ■■■■■	650
1层 500~600日元	■■■■■	550

这就称为“组中值”<sup>1</sup>。

电梯小姐

啊！

因为这家百货公司以价格  
范围来分楼层，因此每层  
的店铺都不一样啦！

5层 900~1000日元	■■■■■	950
4层 800~900日元	■■■■■ ■■■■■	850
3层 700~800日元	■■■■■ ■■■■■ ■■■■■	750
2层 600~700日元	■■■■■ ■■■■■	650
1层 500~600日元	■■■■■	550

真的耶！

1楼有4家  
2楼有13家……

每层楼的店铺数则  
称为“次数”<sup>2</sup>。

74

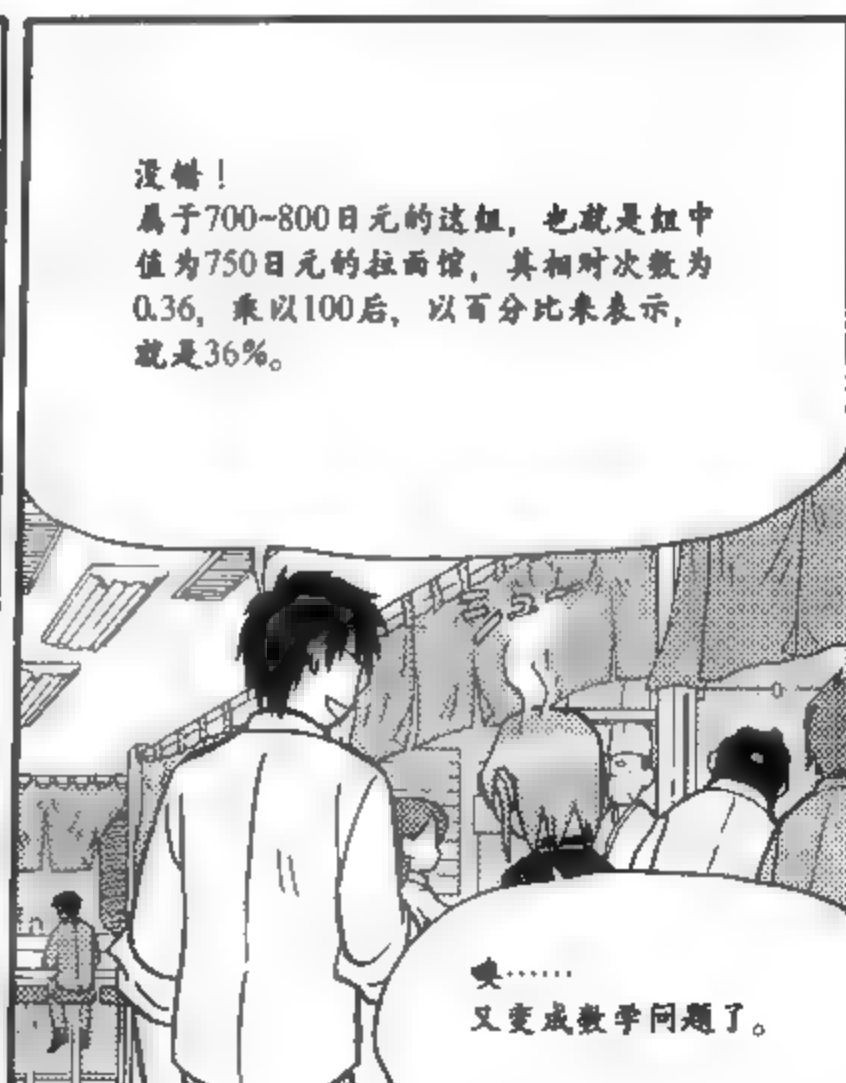
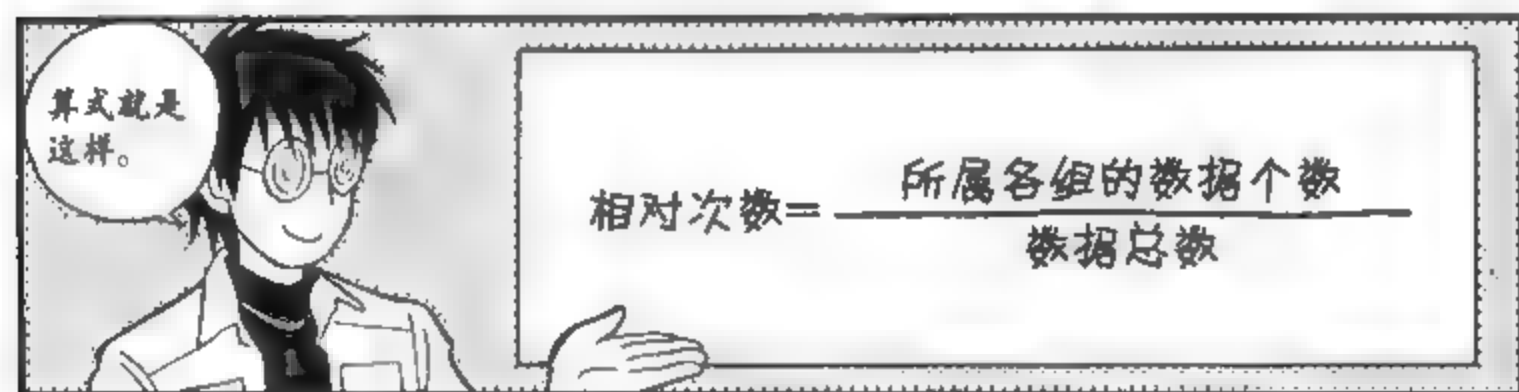
3楼是店铺最多的一层耶！

有18家啦！

坚定

那么请试着计算一下三楼的“相对次数”<sup>3</sup>。

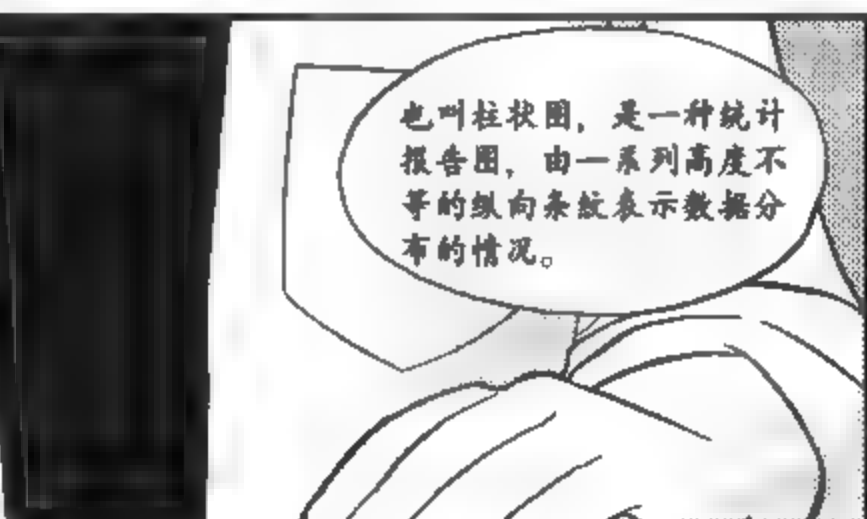
1. 组中值·Class Midpoint。 2. 次数 Frequency。 3 相对次数：Relative Frequency。





“美味拉面畅销前50”的次数分布表

组 以上 未满	组中值	次数	相对次数
500~600	550	4	0.08
600~700	650	13	0.26
700~800	750	18	0.36
800~900	850	12	0.24
900~1000	950	3	0.06
合计		50	1.00



1. 次数分布表：Frequency Distribution Table。 2. 直方图：Histogram。

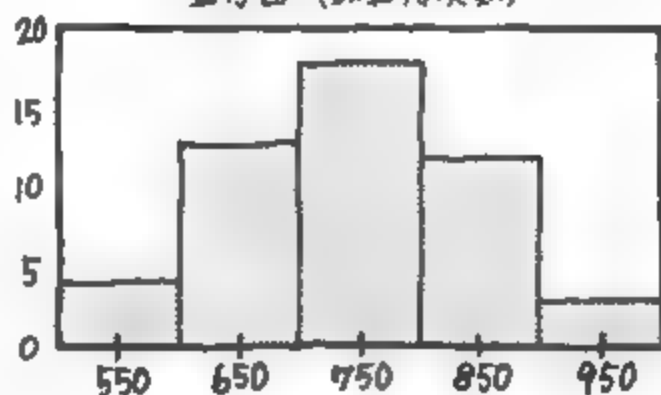
“美味拉面畅销前50”的次数分布表制成的直方图

横轴为“变量<sup>1</sup>”，换句话说，在此即为拉面的价格。

长条的宽度即为“组距<sup>2</sup>”。

长条的中央即为“组中值”。

直方图（纵轴为次数）

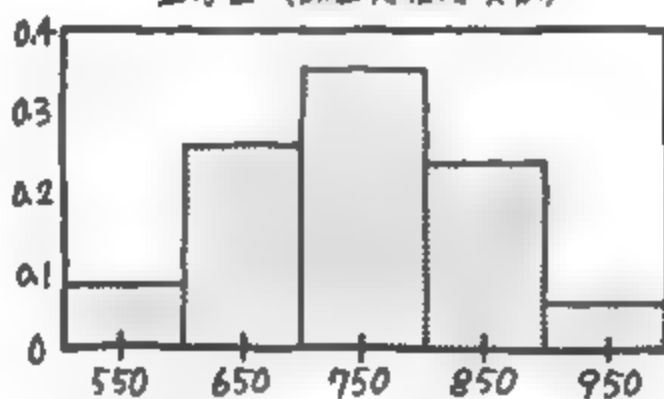


纵轴，

在上图则为“次数”，

在下图则为“相对次数”。

直方图（纵轴为相对次数）



你说的“似乎”就  
次数分布表和直方图，就是为了让  
体数据的状态，而设计出来的！

哦！  
原来如此！

1. 变量· Variable. 2. 组距: Class Width.





## ✿ 2. 平均数 ✿

前一阵子我们全班的女生一起去打保龄球 (bowling) 了！

挖洞 (boring) 呀……



有高中女生会做这种事吗？

山本老师，你到几岁呀？

全班的女生，那人不是很多呀！



是呀，总共有18人，所以每6人一组，分成3组做对抗赛哟！

你看！这是当时的得分表！



出  
漆了。



哦！  
这可以作为上课的  
题材喔！

# 保龄球大赛的结果

A队		B队		C队	
	得分		得分		得分
疏衣疏衣	86	汤米	84	小忍	229
小湖	73	小发	71	有纪	77
由美	124	小花	103	小瞳	59
小静	111	芽衣	3	理沙子	95
桃子	90	加奈	90	麻衣	70
小枫	38	麻美	89	小梢	88



所谓的平均分就是各队  
中每个人的大概得分，  
你懂吗？

我知道呀！  
就是全队总分平均  
后的分数，对吧？



豪爽

那么就赶快来计算  
平均数吧！

所谓分队比赛指的是比各队的总得分吧？

是呀！

总得分除以队员人数就是平均数了。

A队

$$\frac{86+73+124+111+90+38}{6} = \frac{522}{6} = 87$$

B队

$$\frac{84+71+103+85+90+89}{6} = \frac{522}{6} = 87$$

C队

$$\frac{229+77+59+95+70+88}{6} = \frac{618}{6} = 103$$

C队真强！

因此，疏衣疏衣的全队平均得分为87。

疏衣疏衣得86分。

可以请我吃蛋糕吗？

兴奋



1. 算术平均数: Arithmetic Mean. 2. 几何平均数: Geometric Mean. 3. 调和平均数: Harmonic Mean.

### ✿ 3. 中位数 ✿



保龄球大赛的结果

先不看A队和B队，你不觉得C队的平均数……

A队		B队		C队	
	得分		得分		得分
强衣强衣	86	汤洋	84	小超	229
小湖	73	小筑	71	有纪	77
由美	126	小忍	103	小重	59
小静	111	智衣	85	爱沙子	95
桃子	90	加奈	90	麻衣	70
小枫	75	麻美	89	小椿	82

被视为“每个人的大概得分”，很没道理吗？

没错。得分只有2位数的成员明明有5人之多，平均数却超过100。

像这样具有异常大或小的数据时，

与其求平均数，不如找出“中位数<sup>1</sup>”较为妥当。



1. 中位数: Median。

所谓的中位数，是指将数据依大小顺序排列时，最中间的值。



首先，将各队得分依大小顺序排列看看。



A队

38 73 86 90 111 124

B队

71 84 85 89 90 103

C队

59 70 77 88 95 229

数据的个数为奇数

-1041.6 -39.0 -5.7 60.4 77.3

↑  
中位数

数据的个数为偶数

-0.4 35.2 37.8 42.2 46.1 910.3

↑  
这两个的平均数为中位数

数据的个数若为奇数，则正中间的数据即为中位数。

但若如同本次的保龄球大赛一般，数据的个数为偶数时，则第三和第四顺位的数字之平均数就成为中位数。

那么，我们来算算看C队的中位数吧！



$$\text{是 } \frac{77+88}{2} = 82.5。$$

答对了！



再来介绍一个和平均数有关的小知识……

又是小知识啊

大智慧是由小知识聚集而成的，琉衣，你有存钱的习惯吗？

当然有啰！  
虽然只有4位数。

那么，经常在报纸或电视新闻中出现的“日本‘平均’储蓄额”的数值，你有没有对此数值之高感到惊讶吗？

当然有呀！  
原来除了我之外，其他人居然这么有钱呀……



那个数字是被少数的超级大富翁抬高的。

因此，即使自己的储蓄额比“平均”值低相当多，也不必因此感到担忧。



在这种情况下，也许求中位数较能符合一般民众的平均储蓄额。

完全没在听啊...

做白日梦



好吧！  
那就和比中位数高出许多的富翁结婚吧！

# ❀ 4. 标准差 ❀

那么，我们来仔细看看，

A队和B队的得分吧！

好啊！

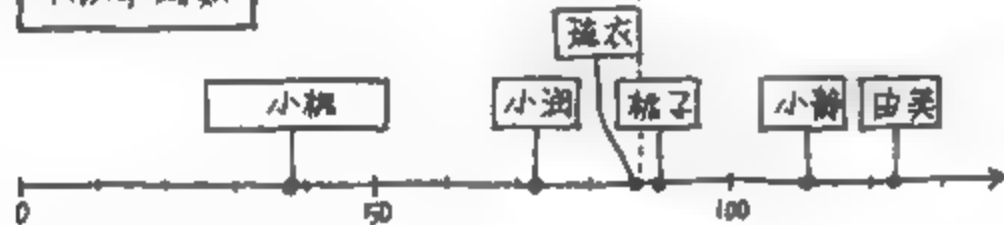
先画一条线

刷

在各自的得分处写上姓名后……

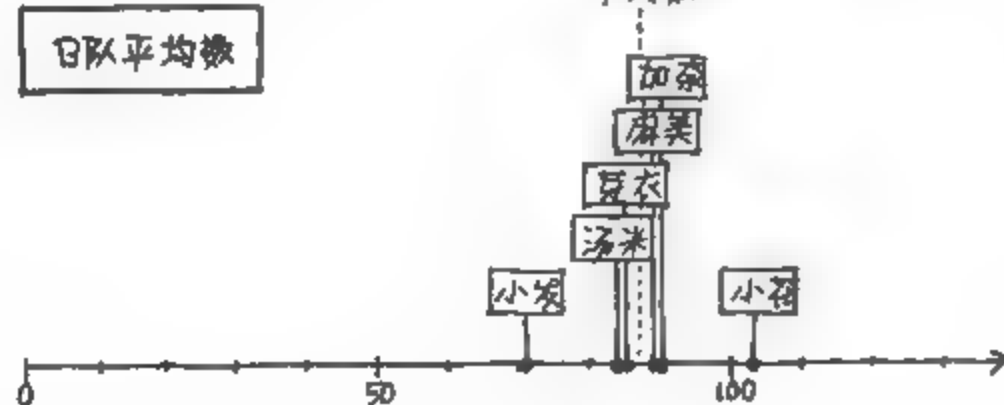
A队平均数

平均数



B队平均数

平均数



A队和B队的平均数皆为87，

但这两队的状况大不相同吧？

是呀，A队队员的得分散落在高点和低点，但B队全体队员的分数都相当接近。

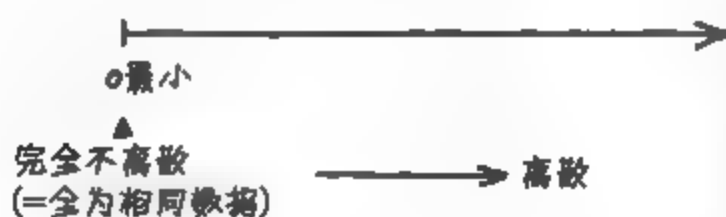
像这样为了表现“离散程度”所使用概念的就是“标准差<sup>1</sup>”。

那又是什么？

大致上来说，就是表示一组数据“平均离散程度”的指标。

什……什么？

标准差最小值为0，而数据的“离散程度”越大，标准差的值就越大。



你认为A队和B队的标准差哪一个比较大呢？

嗯……嗯……

A吧？

1. 标准差：Standard Deviation。

答对了！  
具体的计算方法就是这样。

噢？  
怎么又变成数学啦？

$$\frac{(\text{每一数据}-\text{平均数})^2 \text{的总和}}{\text{数据的个数}}$$

只要在这里填入具体的  
数字就可以了！

来，我们一起算算看吧！

好，好吧……

首先是A队。 A队

$$\begin{aligned}& \sqrt{\frac{(86-87)^2 + (73-87)^2 + (124-87)^2 + (111-87)^2 + (90-87)^2 + (38-87)^2}{6}} \\&= \sqrt{\frac{(-1)^2 + (-14)^2 + 37^2 + 24^2 + 3^2 + (-49)^2}{6}} \\&= \sqrt{\frac{1 + 196 + 1369 + 576 + 9 + 2401}{6}} \\&= \sqrt{\frac{4552}{6}} \\&= \sqrt{758.6\dots} \\&\approx 27.5\end{aligned}$$

动手算过之后，  
我好像懂了呢！

那么B队就由你来  
试试看吧！



做好了！ B队

$$\sqrt{\frac{(84-87)^2 + (71-87)^2 + (103-87)^2 + (85-87)^2 + (90-87)^2 + (89-87)^2}{6}}$$

$$= \sqrt{\frac{(-3)^2 + (-16)^2 + 16^2 + (-2)^2 + 3^2 + 2^2}{6}}$$

$$= \sqrt{\frac{9 + 256 + 256 + 4 + 9 + 4}{6}}$$

$$= \sqrt{\frac{538}{6}}$$

$$= \sqrt{89.6\cdots}$$

$$\approx 9.5$$


答对了！  
你也可以做得到嘛！



标准差

A队=27.5    B队=9.5

大家得分都差不多的B队，标准差确实比较小耶！





标准差的算式是,

$$\sqrt{\frac{(\text{每一数据}-\text{平均数})^2\text{的总和}}{\text{数据的个数}}}$$

但也有人认为应当是

$$\sqrt{\frac{(\text{每一数据}-\text{平均数})^2\text{的总和}}{\text{数据的个数}-1}}$$



把数据的个数减掉一个!



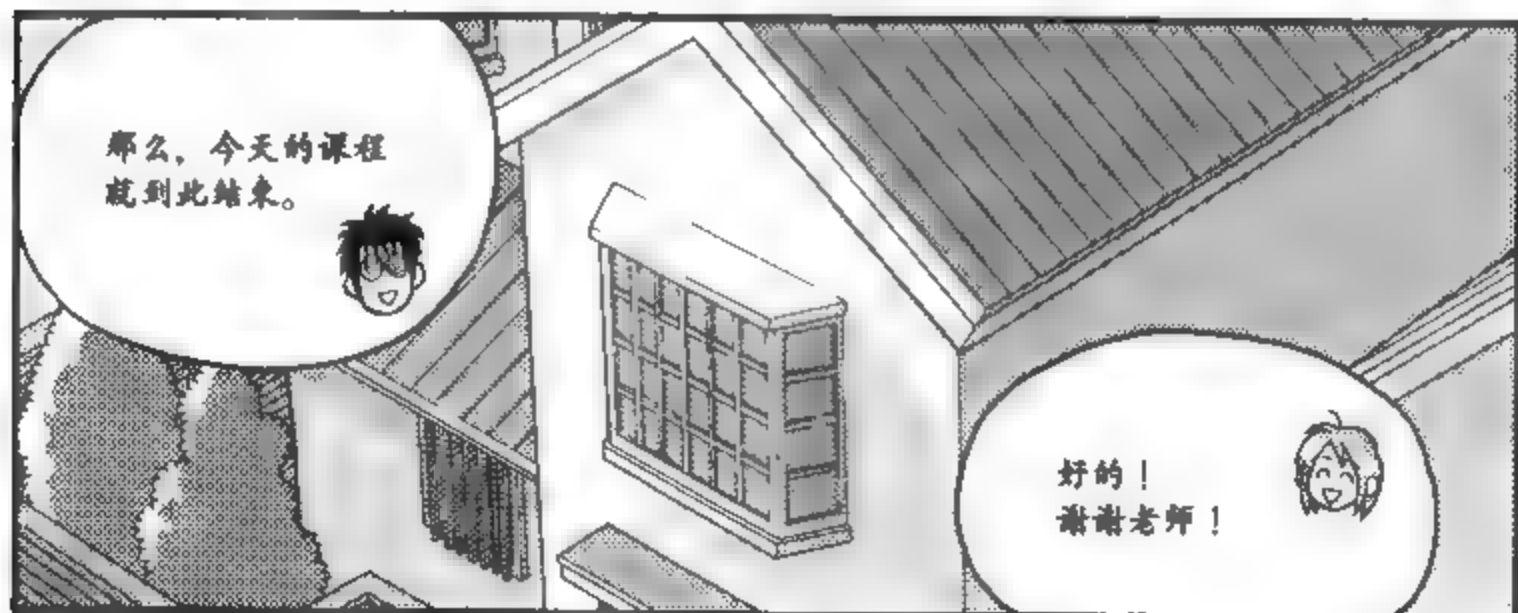
简单来说,

求总体的标准差就用前面的公式。

求样本的标准差就用后面的公式。

总体是真正想调查的对象的集合,

而样本是从总体中被选出来的人所形成的集合。



## ✿ 5. 次数分布表的组距 ✿

至此，也许有些人仍然无法完全理解“1.次数分布表和直方图”，我们就再做一些详细的说明吧。

下表同第38页的曾使用过的表。

◆表2.1 “美味拉面畅销前50” 的次数分布表

组 以上 未满	组中值	次数	相对次数
500~600	550	4	0.08
600~700	650	13	0.26
700~800	750	18	0.36
800~900	850	12	0.24
900~1000	950	3	0.06
合计		50	1.00

如各位所见，上表中的组距是100。之所以先择100，并没有什么数学上的规定，而是全由山本老师主观决定的。没错，组距该设多少，完全依照分析者本身的判断。

“以主观设定的组距而做成的次数分布表并没有说服力，无法在他人面前公开，难道就没有按数学原理制定组距的方法吗？”也许有人会产生这样的疑问。事实上，方法是有的。步骤如下页所述。既然已经有数据了，就让我们来看看，如果以表2.1来试算会产生什么样的结果。

**步骤 1**

“组”的个数即组数可以使用史特吉斯公式进行计算，即：

$$1 + \frac{\log_{10} \text{数据的个数}}{\log_{10}^2}$$

求出。

$$1 + \frac{\log_{10} 50}{\log_{10} 2} = 1 + 5.6438 \cdots = 6.6438 \cdots \approx 7$$

**步骤 2**

组距以

$$\frac{(\text{数据的最大值}) - (\text{数据的最小值})}{\text{用史特吉斯公式求出的组数}}$$

求出。

$$\frac{980 - 500}{7} = \frac{480}{7} = 68.5714 \cdots \approx 69$$

以步骤2求出的组距为基础，做出如下的次数分布表。

◆表2.2 “美味拉面畅销前50”的次数分布表（“组距”以公式求出）

组 以上 未满	组中值	次数	相对次数
500~569	534.5	2	0.04
569~638	603.5	5	0.10
638~707	672.5	15	0.30
707~776	741.5	6	0.12
776~845	810.5	10	0.20
845~914	879.5	10	0.20
914~983	948.5	2	0.14
合 计		50	1.00

结果如何？各位不觉得这样反而做出了一张比表2.1还令人无法理解的表格吗？也就是说，难道各位不会抱着“为何以69元为组距呢？”的疑问吗？然后，即使你努力地说明：“这是使用史特吉斯公式求出的……”你不觉得还是会被质问：“谁知道史特吉斯公式是什么呀！到底为什么要采用这么难以解释的组距呢？”

总而言之，也许有人会质疑以主观设定组距的合理性。但另一方面，我们从上表可以清楚得知，即使用数学方法设定组距，却时常还是会产生不尽理想的结果。因此，这个方法是否恰当，须重新思考。但是，我个人觉得原先的次数分布表就是用来掌握数据整体的“气氛”，因此，以分析者可接受的组距来处理即可。

## ❀ 6. 推断统计学和描述统计学 ❀

在序章中，有这样一段解说：“所谓的统计学，即为从样本的信息推测总体状况的学问。”其实这段解说并不恰当。

统计学可分为推断统计学和描述统计学两类。序章所解说的为前者。那么，后者的描述统计学到底是什么呢？也就是借由整理资料，尽可能简单明了地显示出整体状况为目的的统计学。即，将对象集合视为一个总体的统计学。

描述统计学的解说可能由于过于抽象而让人难以理解。让我再举个例子说明。刚才山本求出了琉衣队得分的平均数和标准差。他求出此两者的目的，并非为了推测总体的状况。以琉衣队为样本的总体，究竟是怎样的总体呢？简而言之，山本之所以求出平均数和标准差，仅仅是为了简洁地表示琉衣队的状况。这样的统计学即为描述统计学。

### 例题和解答

#### 例题

下表为高中女子100米短跑的成绩表。

	100米短跑 (秒)
A同学	16.3
B同学	22.4
C同学	18.5
D同学	18.7
E同学	20.1

- (1) 请求出平均数。
- (2) 请求出中位数。
- (3) 请求出标准差。



## 解答

(1) 平均数是  $\frac{16.3+22.4+18.5+18.7+20.1}{5} = \frac{96}{5} = 19.2$

(2) 中位数是18.7

16.3	18.5	18.7	20.1	22.4
------	------	------	------	------

(3) 标准差是

$$\begin{aligned}& \sqrt{\frac{(16.3-19.2)^2+(22.4-19.2)^2+(18.5-19.2)^2+(18.7-19.2)^2+(20.1-19.2)^2}{5}} \\&= \sqrt{\frac{(-2.9)^2+3.2^2+(-0.7)^2+(-0.5)^2+0.9^2}{5}} \\&= \sqrt{\frac{8.41+10.24+0.49+0.25+0.81}{5}} \\&= \sqrt{\frac{20.2}{5}} \\&= \sqrt{4.04} \\&\approx 2.01\end{aligned}$$

## 总整理

- 利用“直觉”掌握整体数据的“氛围”的方法有：次数分布表及直方图。
- 设定次数分布表的组距可采用史特吉斯公式。
- 用数学原理掌握全体资料“氛围”的方法有，算术平均数、中位数和标准差。
- 当存在过大或过小的数据时，中位数较平均数更能正确掌握数据状态。
- 标准差为表示数据“离散程度”的指标。

## ◆ 第 3 章 ◆

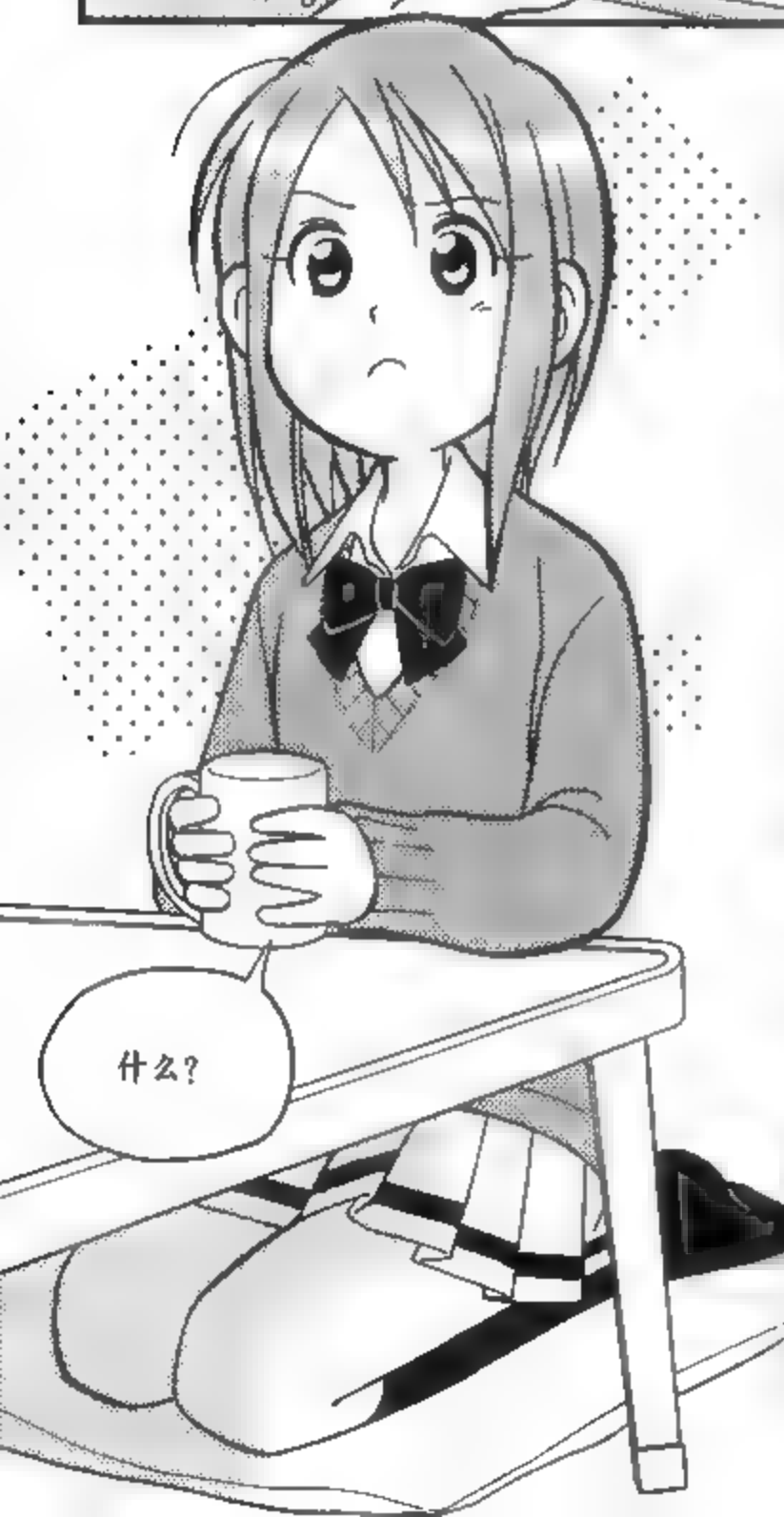
# 掌握数据整体的状态

( 分类数据篇 )

✿ 1. 次数分布表 ✿

你还记得分类数据是“不可测量”的数据吗？

嗯！  
似乎还记得。



什么？

今天穿校服耶！

啊！  
这个？

再过不久，

我就不能  
穿这件校服  
了……

什么？  
要毕业了吗？  
明明才二年级

我们学校要换新校服了！





看……就是这件。♡



原来是格纹的  
水手服啊……

还真少见!

我们班上还做了  
问卷调查呢!

新校服问卷调查表

新校服			新校服			新校服		
1	喜欢	16	普通	31	普通			
2	普通	17	喜欢	32	普通			
3	喜欢	18	喜欢	33	喜欢			
4	普通	19	喜欢	34	讨厌			
5	讨厌	20	喜欢	35	喜欢			
6	喜欢	21	喜欢	36	喜欢			
7	喜欢	22	喜欢	37	喜欢			
8	喜欢	23	讨厌	38	喜欢			
9	喜欢	24	普通	39	普通			
10	喜欢	25	喜欢	40	喜欢			
11	喜欢	26	喜欢					
12	喜欢	27	讨厌					
13	普通	28	喜欢					
14	喜欢	29	喜欢					
15	喜欢	30	喜欢					

结果就是这样。



哇!  
这份问卷就是分类  
数据啊!



对呀!  
因为“喜欢”和“讨  
厌”是不可测量的数  
据。

那么，为了掌握整体数据的情况，我们先来做一张表格吧！

好呀。

	次数	比例(%)
喜欢	28	70
普通	8	20
讨厌	4	10
合计	40	100

我将这张表称为“次数分布表”。

顺便提一下，就衣的回答是？

喜欢！♡

来复习一下，“喜欢”的次数是？

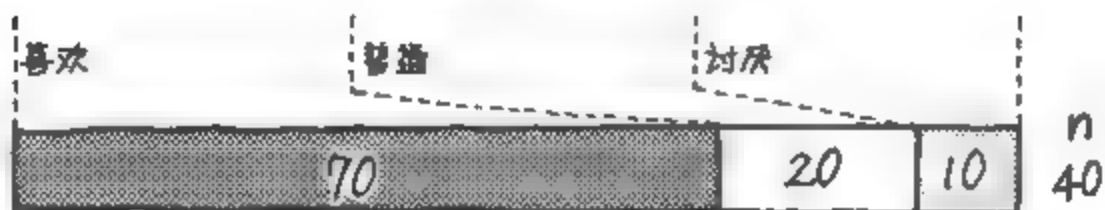
有28人回答喜欢，所以是28。

因此，比例会变成这样。

$$\frac{28}{40} \times 100 = \frac{7}{10} \times 100 = 70\%$$

OK!

新校服如何？

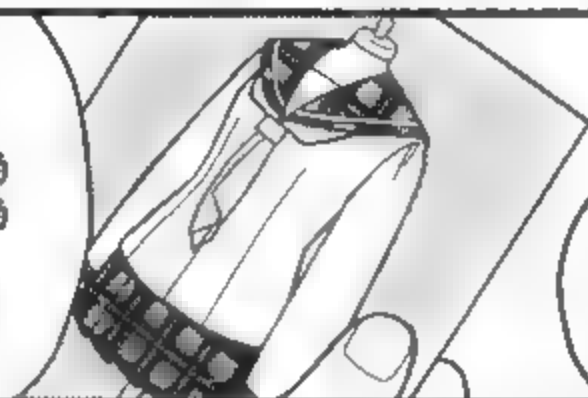


为了便于你的理解，我们来做成图表形式吧！

如果是图表的话，我就看得很习惯了。



列出图表后，回答“喜欢”的人超过半数，因此这款校服的设计似乎还蛮讨人喜欢的。



当然！  
因为真的很可爱嘛！



补充一下，我也挺“喜欢”的。

哈哈……





某家报社对有意执掌下届政权的△△党，做了份问卷调查表。结果如下表所示。

	相较于○○党， △△党……
回答者1	不值得期待
回答者2	不值得期待
回答者3	不值得期待
回答者4	没意见
回答者5	值得期待
回答者6	不值得期待
回答者7	值得期待
回答者8	没意见
回答者9	不值得期待
回答者10	不值得期待

请将此问卷调查表结果做成“次数分布表”。

### 解答

“次数分布表”如下所示。

	次数	比例(%)
值得期待	2	20
没意思	2	20
不值得期待	6	60
合计	10	100

### 总整理

- 做成“次数分布表”为掌握数据整体状态的方法之一。

# 第 4 章

## 标准计分和离差

# ❀ 1. 标准化和标准计分 ❀



1. 离差, Deviation Score.

但为什么由美的古文成绩的  
离差比较高呢?



为什么!?

怎么了怎么了?



这是因为英语和古文的  
分数价值不同。

噢? 为什么!?

如果能知道其他同学的成绩就  
好了……

那还真是不  
容易呢……

来吧!  
这个……

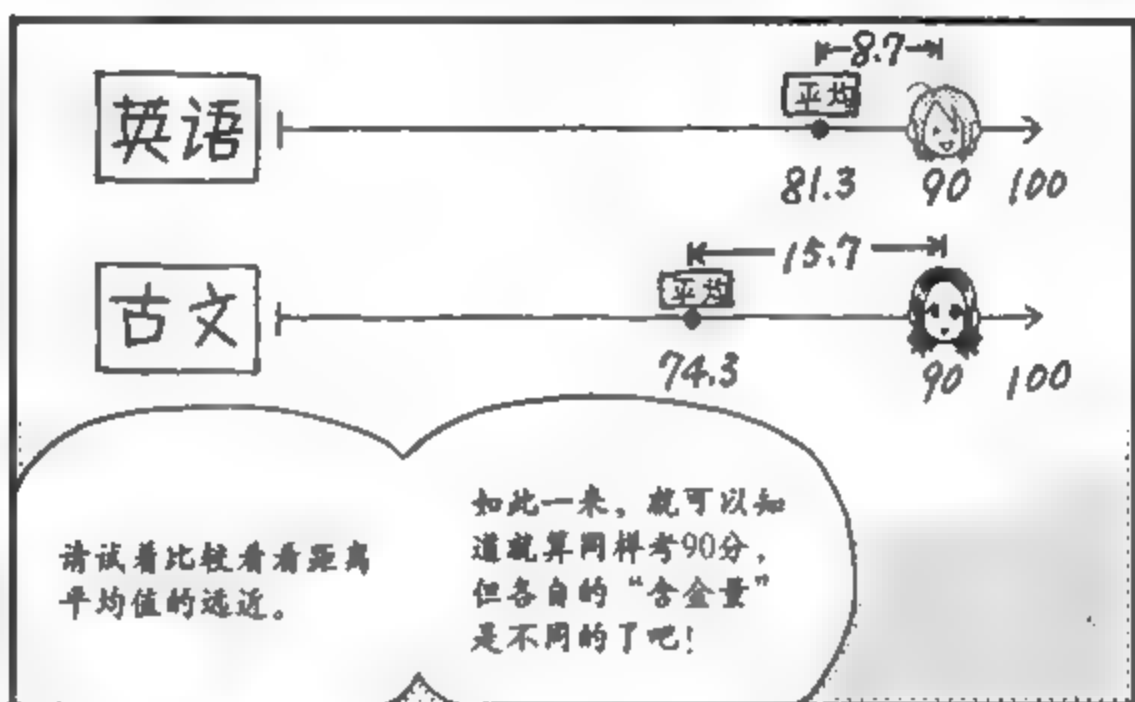
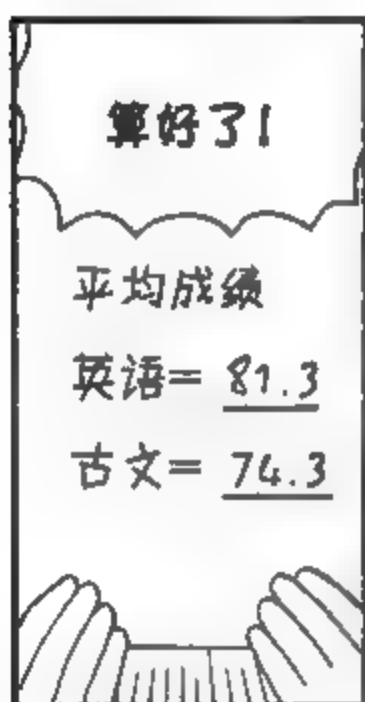
由美……

噢!

考试成绩 (100分满分)

	英语	古文		英语	古文
琉衣	90	71	H	67	85
由美	81	90	I	87	93
A	73	79	J	78	89
B	97	70	K	85	78
C	85	67	L	96	74
D	60	66	M	77	65
E	74	60	N	100	78
F	64	83	O	92	53
G	72	57	P	86	80

原来如此!



这样说  
来，

历史和生物的平均  
分都是53分啦！

是呀，是呀！  
而且这两科我们  
也同分。

感情超好！

73分历史

73  
历史

生物73分

73  
生物

但是为什么离散还是  
不一样呢！

低

高

明明和平均数的  
距离相同呀！

嗯……

	历史	生物
琉衣	73	59
由美	61	73
A	16	47
B	41	38
C	49	63
D	87	56
E	69	15
F	65	53
G	36	80

	历史	生物
H	7	50
I	53	41
J	100	62
K	57	44
L	45	26
M	56	91
N	34	35
O	37	53
P	70	68
平均数	53	53

那每个科目的标  
准差<sup>1</sup>分别是多  
少呢？

哦！  
你是指数据的  
“离散程度”  
吧！

琉衣！  
由美！

1. 标准差：Standard deviation.

（每一数据—平均数）的总和  
数据的个数

嗯……

标准差

$$\text{历史} = \frac{22.7}{}$$

$$\text{生物} = \frac{18.3}{}$$

算好了！

标准差越小，代表这组数据的“离散程度”也越小。

所以比起历史，大家的生物课成绩较为接近。

历史



生物



你的意思是说？

从考试的角度来说，  
就是生物的1分比较  
重要。

因此，即使只有一两分  
的差距，也会大大影响  
排名。

太适合了……

啊啊啊





标准化的计算方法就是这样！

$$\frac{(\text{每一数据}) - (\text{平均数})}{\text{标准差}} = \text{标准计分}$$

标准化后的数据，称为“标准计分”

哦！

那么，实际试算一下刚才的考试成绩吧！

好呀

历史和生物的成绩及其标准计分

	历史	生物	历史的标准 计分	生物的标准 计分
孙衣	73	59	0.88	0.33
由美	61	73	0.35	1.09
A	16	67	-1.71	-0.33
B	41	38	-0.53	-0.82
C	49	63	-0.18	0.55
D	87	56	1.49	0.16
E	69	15	0.70	-2.08
F	65	53	0.53	0
G	36	80	-0.75	1.68
H	7	50	-2.02	-0.16
I	53	61	0	-0.66
J	100	62	2.09	0.49
K	57	64	0.18	-0.49
L	45	26	-0.35	-1.48
M	56	91	0.13	2.08
N	34	35	-0.84	-0.98
O	37	53	-0.70	0
P	70	68	0.75	0.82
平均	53	53	0	0
标准差	22.7	18.3	1	1

就是这样  
呀！

$$\text{孙衣的历史标准计分} = \frac{73 - 53}{22.7} = \frac{20}{22.7} = 0.88$$

$$\text{由美的生物标准计分} = \frac{73 - 53}{18.3} = \frac{20}{18.3} = 1.09$$

## ✿ 2. 标准计分的特征 ✿

那么，这些数字  
代表什么？

0.88和1.09

标准化后，求出标准计分具有  
某些特征。

①无论作为变量的满分为几分，其标准计分的平均数  
势必为0，而其标准差势必为1

满分为100分的考试  
和满分为200分的考  
试也可以比较啦！

②无论作为变量的单位是什么，其标准计分的平均数  
势必为0，而其标准差势必为1

安打数和全垒打数等  
即便单位不同也可以  
进行比较。

由于标准计分中，

$$0.88 < 1.09$$

(历史) (生物)

因此，哪一个73分较有价值，  
我想应该可以很明显地看出来  
了吧！

胜负立判呀！

### ✿ 3. 离 差 ✿

而且，离差就是应用标准计分所得的数值哦！

哦——

它的公式就像这样。

$$\text{离差} = \text{标准计分} \times 10 + 50$$

真的耶！  
含有标准计分  
在里面——

来算算看，你们考  
试分数的离差吧！

琉衣  
(历史)

$$0.88 \times 10 + 50 = 8.8 + 50 = 58.8$$

由美  
(生物)

$$1.09 \times 10 + 50 = 10.9 + 50 = 60.9$$

对对！  
就要这个结果——

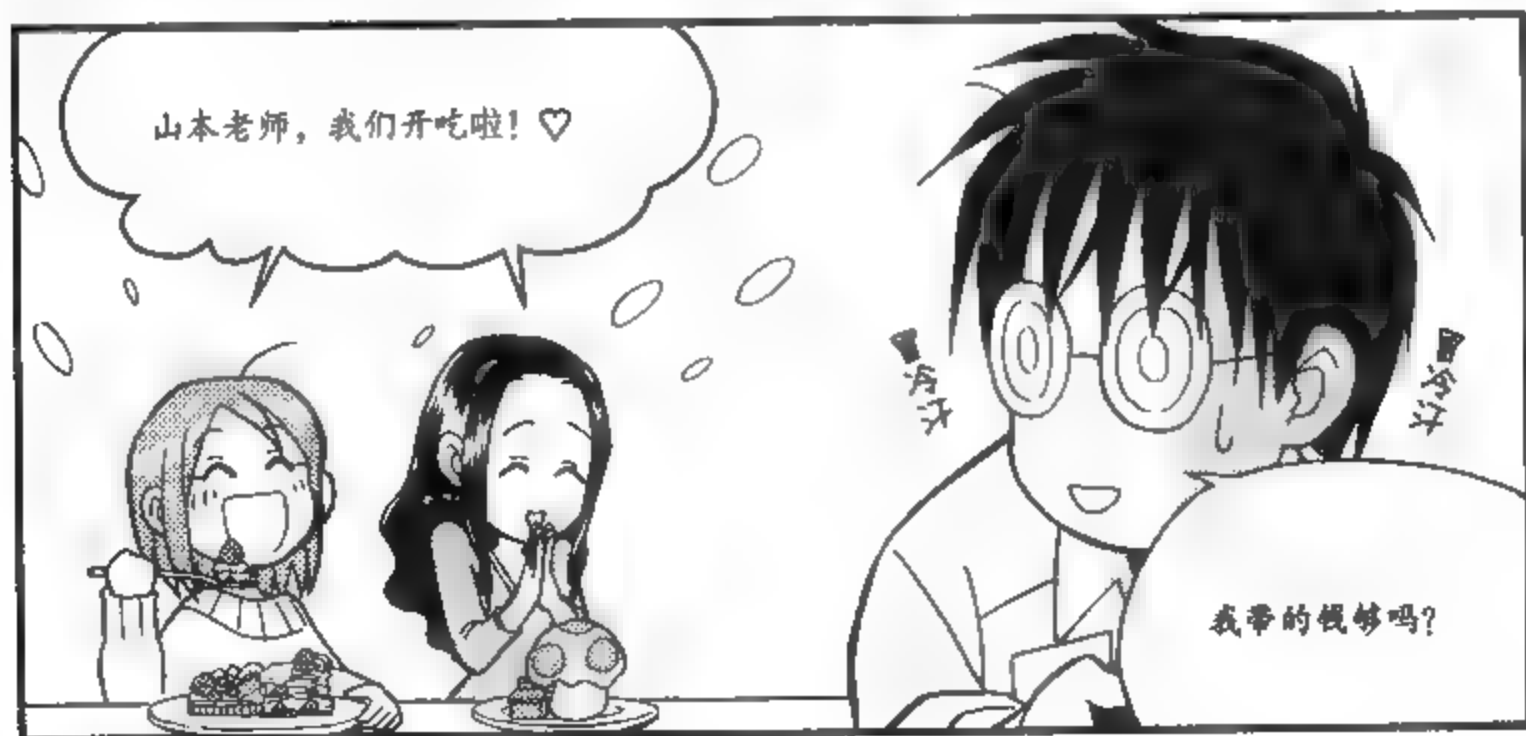
特征请看！

标准计分

- ① 无论作为变量的满分为几分，其标准计分的平均数势必为0，而其标准差势必为1。
- ② 无论作为变量的单位是什么，其标准计分的平均数势必为0，而其标准差势必为1。

离 差

- ① 无论作为变量的满分为几分，其离差的平均数势必为50，而其标准差势必为10。
- ② 无论作为变量的单位是什么，其离差的平均数势必为50，而其标准差势必为10。



## ✿ 4. 关于离差的解释 ✿

在此，有必要加强离差的解说。

离差如同74页的解说，是以下述算式求得的：

$$\text{离差} = \text{标准计分} \times 10 + 50 = \frac{(\text{每一数据}) - (\text{平均数})}{\text{标准差}} \times 10 + 50$$

那么，琉衣的班上，如同61页中说明的，全班共有40人。琉衣班上的“女生”，如40页所示，共有18人。所以69页的离差实例，并非以全班同学为对象，而仅以女生为对象。若以全班同学为对象，平均数和标准差的值就会和仅以女生为对象时迥然不同，琉衣和由美的离差值也势必会有差异产生。实际上，若以全班同学为对象的情况下，琉衣的离差值较高。全班的测验结果如表4.1所示。请各位务必试着算算离差。我先将答案说出来，琉衣的历史成绩离差值为59.1，而由美的生物成绩离差值为56.7。

另外，假设在2年1班及2年2班也举办了相同的测验。2年1班只求出自己班上的平均数和标准差，再以此为基础，求出离差值。2班也只求出自己班上的平均数和标准差，再以此为基础，求出离差。结果，1班的A同学和B同学实力相当。然而，由于求出A同学和B同学的离差值时，所采用的平均数和标准差并不一致，既然两班的平均数和标准差并不相同，那么两人的离差值并无可比性。

我再举个例子，A同学于4月间参加了某补习班的模拟测验，其考试成绩的离差值为54。而在暑期补习班中努力用功的A同学，为了想确认实力提升了多少，9月间又参加了另一个补习班所举办的模拟测验，其考试成绩的离差值为62。从两次离差值来看，乍看之下，A同学的实力似乎有所提升。然而，由于4月和9月之模拟测验分数的举办者不同，因此考生不相同。再加上，从4月与9月的考试结果，在欲求出离差之际，所使用的平均数与标准差一定不同，因此无法就两者得出的离差做比较。

各位觉得如何呢？关于离差的解释，相当有深度啊！

◆表4.1历史和生物的测验结果（琉衣的全班同学）

	历史	生物
琉衣	73	59
由美	61	74
A	14	47
B	41	38
C	49	63
D	87	56
E	69	15
F	65	53
G	36	80
H	7	50
I	53	41
J	100	62
K	57	44
L	45	26
M	56	91
N	34	35
O	37	53
P	70	68

全体女同学

全体男同学

	历史	生物
a	54	2
b	93	7
c	91	98
d	37	85
e	44	100
f	16	29
g	12	57
h	44	37
i	4	95
j	17	39
k	66	70
l	53	14
m	14	97
n	73	39
o	6	75
p	22	80
q	69	77
r	95	14
s	16	24
t	37	91
u	14	36
v	88	76
全班同学成绩的平均数	48.0	54.9
全班同学成绩的标准差	27.5	26.9



例题

下表为高中女子100米的短跑成绩。

	100米短跑 (秒)
A同学	16.3
B同学	22.4
C同学	18.5
D同学	18.7
E同学	20.1
平均	19.2
标准差	2.01

(1) 请确认“100米短跑成绩的标准计分”之平均数是否为0。

(2) 请确认“100米短跑成绩的标准计分”之标准差是否为1。

## 解答

(1) “100米短跑的标准成绩”之平均数

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\left(\frac{16.3-19.2}{2.01}\right) + \left(\frac{22.4-19.2}{2.01}\right) + \left(\frac{18.5-19.2}{2.01}\right) + \left(\frac{18.7-19.2}{2.01}\right) + \left(\frac{20.1-19.2}{2.01}\right)}{5} \\
 &= \frac{\{(16.3-19.2) + (22.4-19.2) + (18.5-19.2) + (18.7-19.2) + (20.1-19.2)\}}{5 \times 2.01} \quad \text{整理分子} \\
 &= \frac{\{16.3 + 22.4 + 18.5 + 18.7 + 20.1 - 19.2 - 19.2 - 19.2 - 19.2 - 19.2\}}{5 \times 2.01} \quad \text{将分子分为每笔数据和-19.2} \\
 &= \frac{\{96 - 19.2 \times 5\}}{5 \times 2.01} \\
 &= \frac{\{96 - 96\}}{5 \times 2.01} \\
 &= \frac{0}{5} \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

(2) “100米短跑的标准计分”之标准差

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{\left(\frac{16.3-19.2}{2.01} - 0\right)^2 + \left(\frac{22.4-19.2}{2.01} - 0\right)^2 + \left(\frac{18.5-19.2}{2.01} - 0\right)^2 + \left(\frac{18.7-19.2}{2.01} - 0\right)^2 + \left(\frac{20.1-19.2}{2.01} - 0\right)^2}{5}} \\
 &= \sqrt{\frac{\left(\frac{16.3-19.2}{2.01}\right)^2 + \left(\frac{22.4-19.2}{2.01}\right)^2 + \left(\frac{18.5-19.2}{2.01}\right)^2 + \left(\frac{18.7-19.2}{2.01}\right)^2 + \left(\frac{20.1-19.2}{2.01}\right)^2}{5}} \\
 &= \sqrt{\frac{\{(16.3-19.2)^2 + (22.4-19.2)^2 + (18.5-19.2)^2 + (18.7-19.2)^2 + (20.1-19.2)^2\}}{5 \times 2.01^2}} \quad \text{整理分子} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2.01^2} \times \frac{(16.3-19.2)^2 + (22.4-19.2)^2 + (18.5-19.2)^2 + (18.7-19.2)^2 + (20.1-19.2)^2}{5}} \quad \text{整理分子} \\
 &= \frac{1}{2.01} \times \sqrt{\frac{(16.3-19.2)^2 + (22.4-19.2)^2 + (18.5-19.2)^2 + (18.7-19.2)^2 + (20.1-19.2)^2}{5}} \\
 &= \frac{1}{2.01} \times \text{“100米短跑”的标准差} \quad \text{详见78页的表}
 \end{aligned}$$

### 总整理

- 标准化即为，以距离平均数的远近程度及数据的“离散程度”为基础，将数据的价值转换为易于探讨的数值。
- 若执行标准化，则可以比较
  - 满分不同的变量
  - 单位不同的变量
- 标准化后的数据称为标准计分。
- 求离差值必须应用到标准计分。

# ◆ 第 5 章 ◆

## 求 机 率

# ✿1. 机率密度函数✿



统计学中有时会提到“某某机率”小于0.05——

终于要开始进入机率的课程了。



今天就来谈谈求“某某机率”所须具备的知识吧！



山本老师不是条件超好的吗？

哪里啊……我还是喜欢五十岚先生……

琉衣？



啊！  
抱歉！  
那机率是指会出现在天气预报中的那种机率吗？

是呀。



今天的上课内容会有点抽象。

抽象！？

琉衣



但是，从现在起所学的知识，在统计学中会常常出现，一定要认真听讲啊！

好，好吧……

那么，

假设A县的全体高三学生，

A县的全体高三学生英语测验结果

	英语测验结果
学生1	62
学生2	91
⋮	⋮
学生10621	50
平均数	53
标准差	10

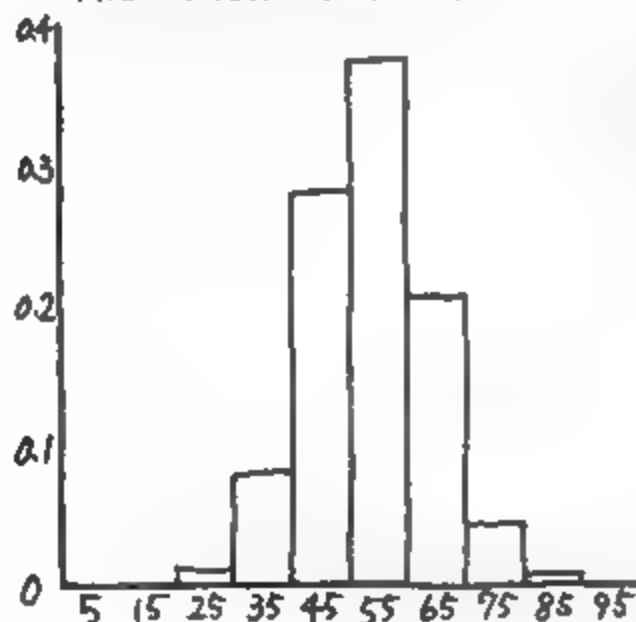
参加了某补习班的英语测验，结果如下。

今天倒是做了  
万全准备嘛。

呵呵呵

将刚才的表格做成直方图，  
就会变成这样。

英语测验结果的直方图（组距为10）



哦！  
果然做成直方图后  
比较容易理解啊！

因为视觉效果  
比较好！

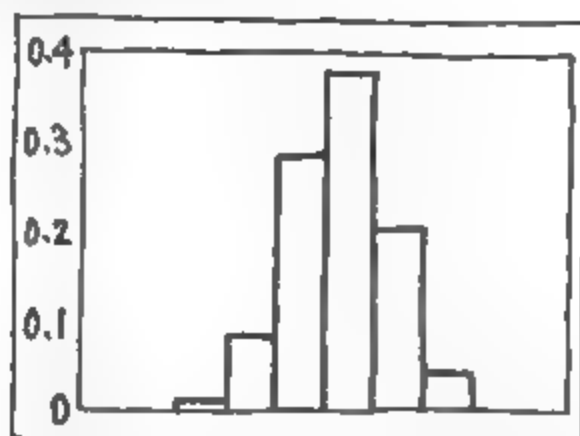
若将这份直方图的组  
距缩小，结果会变得  
如何呢？

噢？

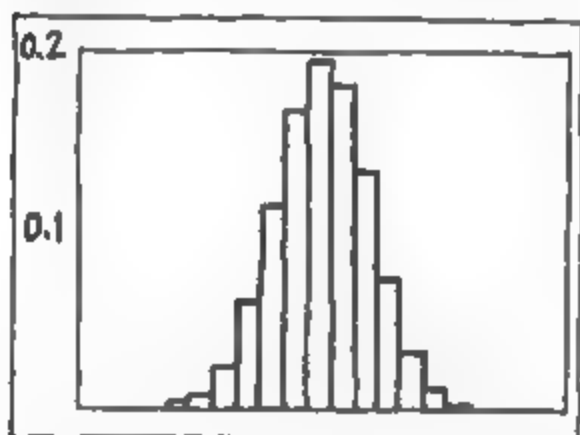
严厉

# 组距和“英语测验结果”的直方图

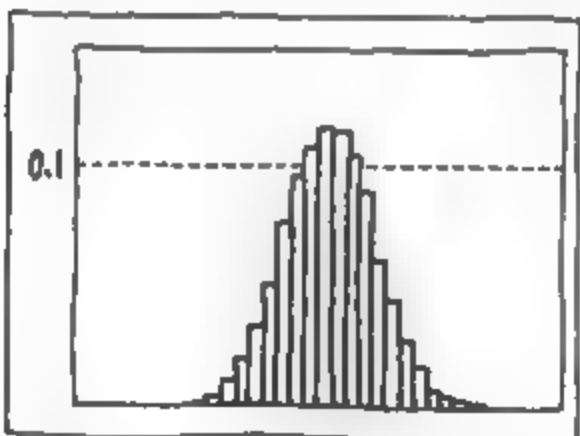
组距为10



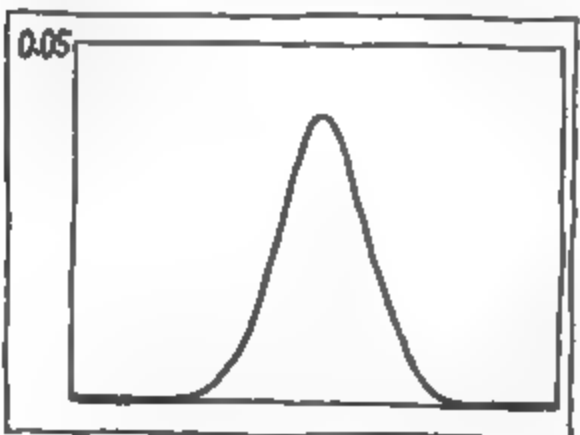
组距为5



组距为3



曲线



哦！  
渐渐接近于曲线啊！



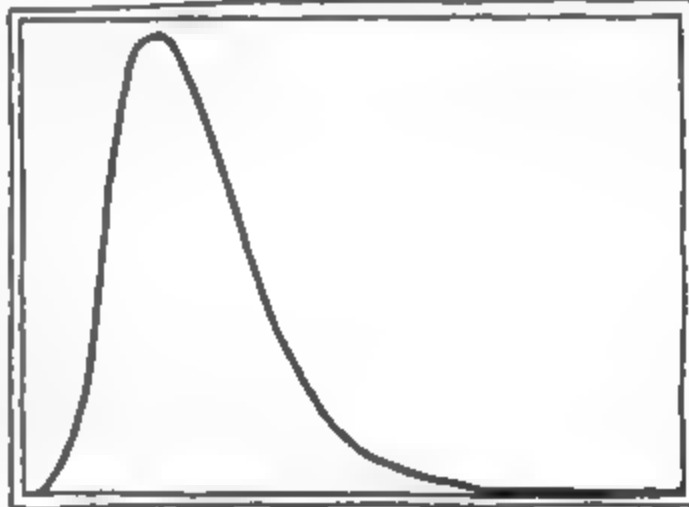
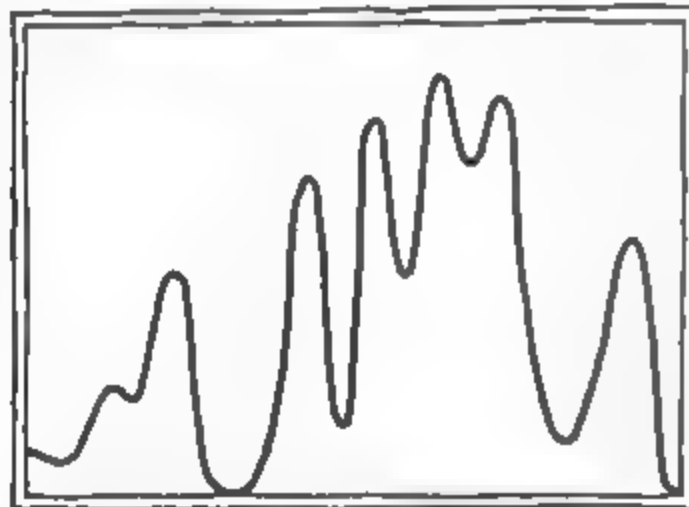


直方图中，将距离缩小至极限后，所得之曲线的公式，

在统计学上称为“机率密度函数<sup>1)</sup>”！

# 机率密度函数

书籍扫描：铜板+西瓜



机率密度函数的图形，  
理论上是像上图一样具  
有各种形态的。

今天将为你介绍特别  
重要的几种图形。

好的。

1. 机率密度函数：Probability Density Function, 简称“pdf”。

## ✿2. 正态分布✿

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times x \text{的标准差}} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{(x-x \text{的平均值})}{x \text{的标准差}} \right]^2}$$

先来看看这个。

这是什么鬼东西  
呀!?

这是在统计学上经常出现的机率密度函数哟!

这里的“e”  
是什么啊?

“e”被称为“自然对数的底”，  
其值大约为2.7182……

这样或许更容易理解……

把它想成跟“π”类似的数就好了!

嗯!

这个概率密度函数的图形，具备以下特征：

- 以平均值为中心呈左右对称
- 受到平均值和标准差的影响

图 平均值为53，标准差为15

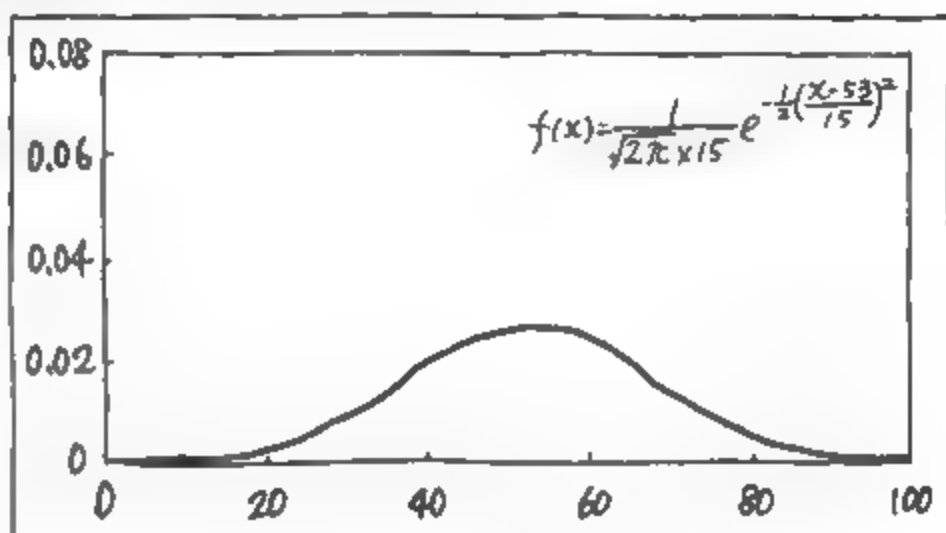


图 平均值为53，标准差为5

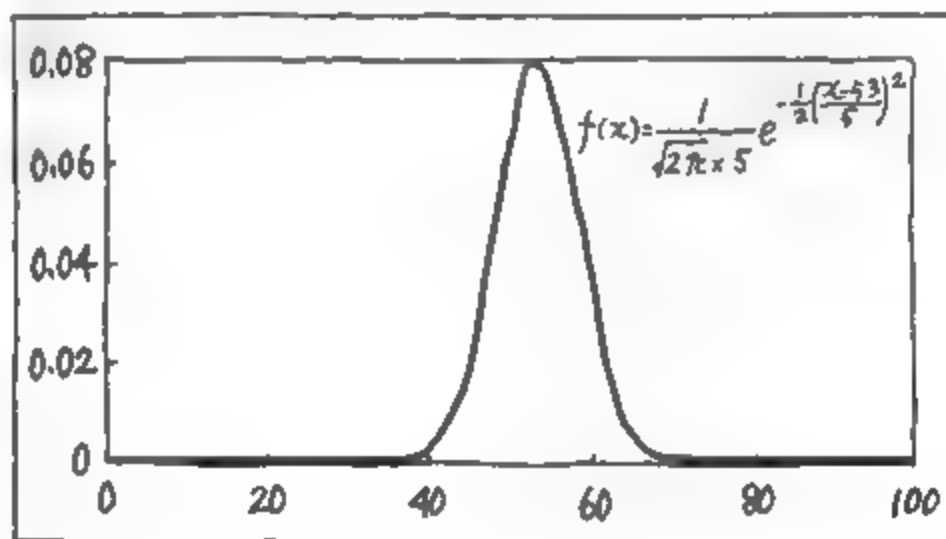
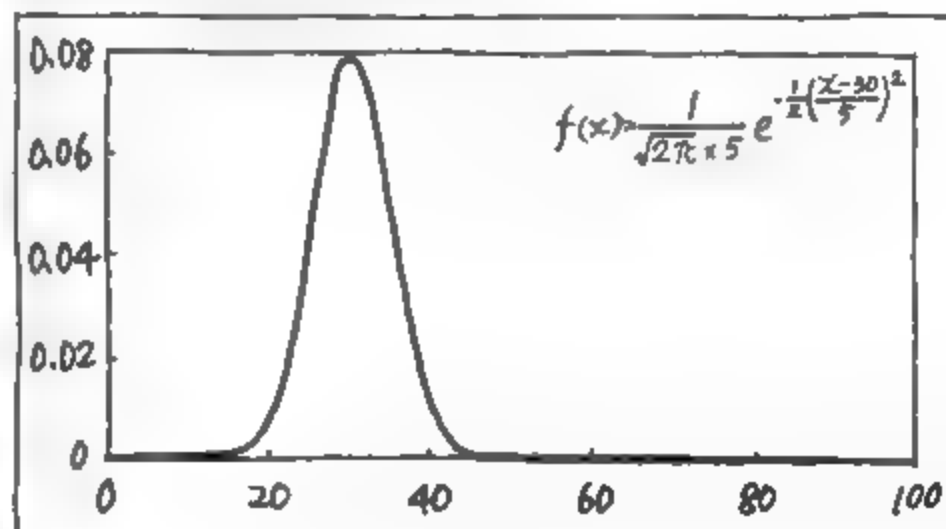


图 平均值为30，标准差为5



嗯……  
嗯……

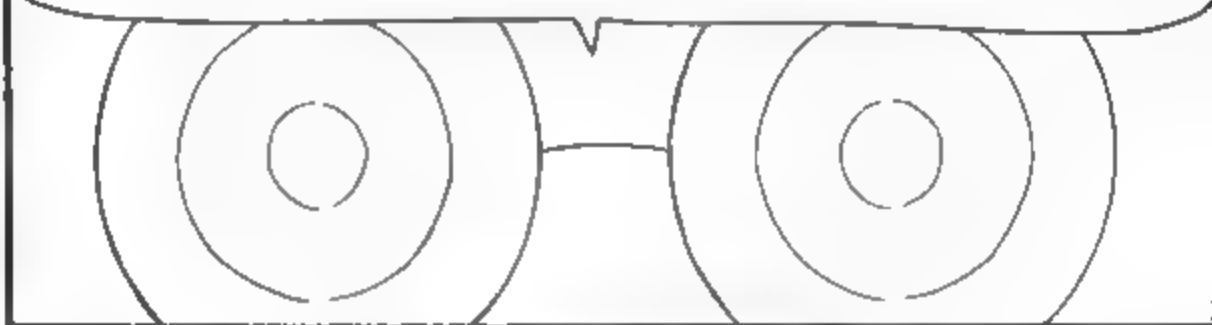
在我的说明之中  
包含了算法，请  
仔细听。



$x$ 的机率密度函数若为刚才的算式：

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times x \text{的标准差}} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{(x - x \text{的平均值})}{x \text{的标准差}} \right]^2}$$

则统计学上，以“ $x$ 服从平均值为〇〇，标准差为XX的正态分布”来表示。



这是什么呀！！



服从  
正·态·分·布！？

完全听不懂啦！

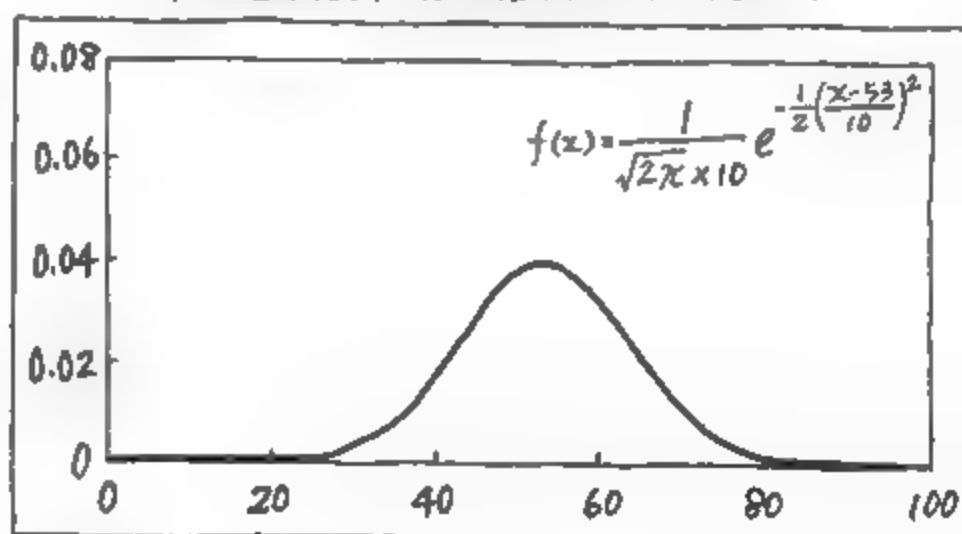


总之，虽然算式有些  
复杂，但还是请你努  
力理解吧！

那么，我们以刚才考试  
的例子来作一下解说。

如果“英语测验结果”  
的机率密度函数如右图  
所示的话……

平均值为53，标准差为10的正态分布





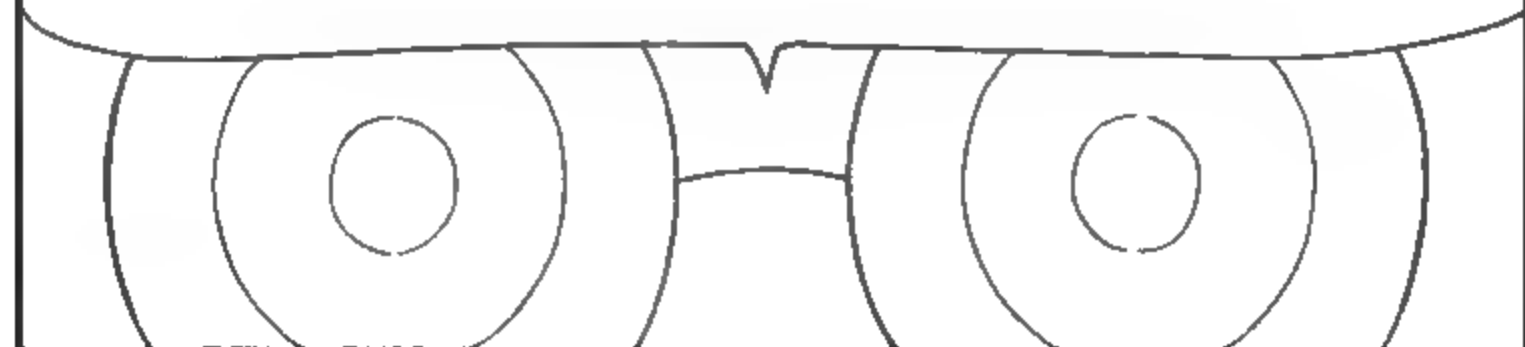
### ✿3. 标准正态分布✿



$x$  的机率密度函数若为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times x \text{ 的标准差}} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{(x-x \text{ 的平均值})}{x \text{ 的标准差}} \right]^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 1} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{(x-0)}{1} \right]^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

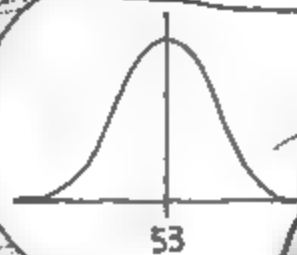
则不会以“ $x$ 服从平均值为0，标准差为1的正态分布”来表示，在统计学上会以“ $x$ 服从标准正态分布”来表示。



! ?

让我们仍以刚才的“英语测验结果”的例子来看!

“英语测验结果”服从平均值为53, 标准差为10的正态分布。



想。

	英语测验结果
学生1	42
学生2	91
⋮	⋮
学生10421	50
平均值	53
标准差	10

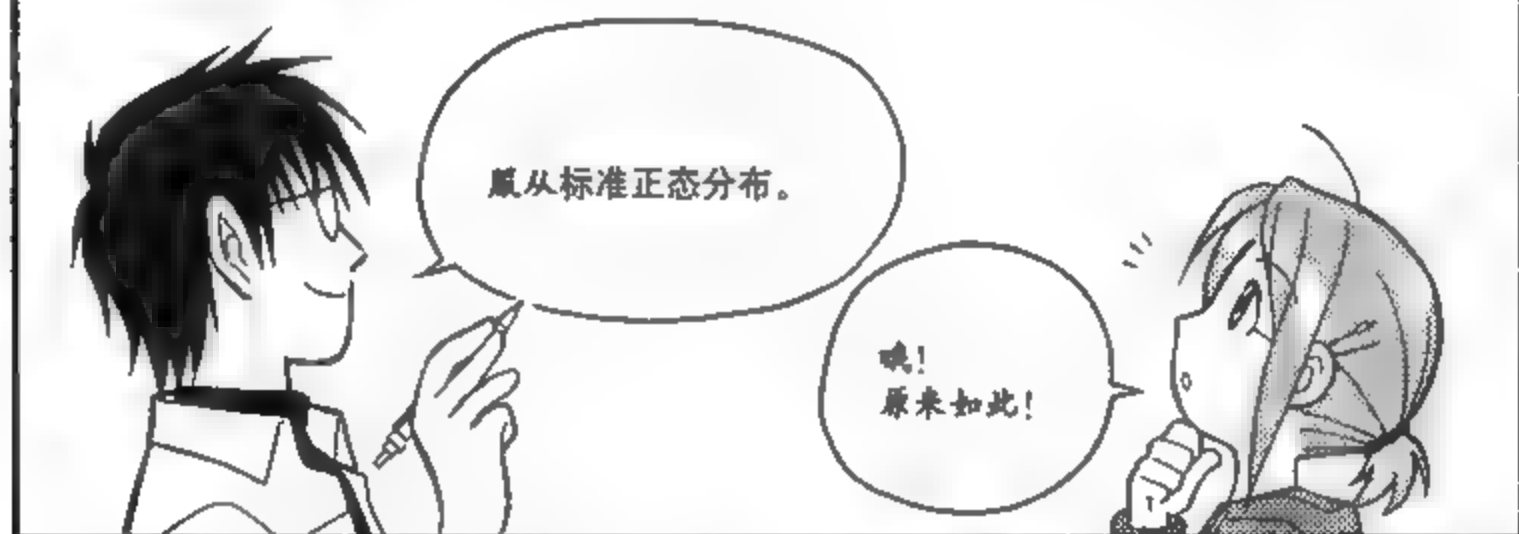
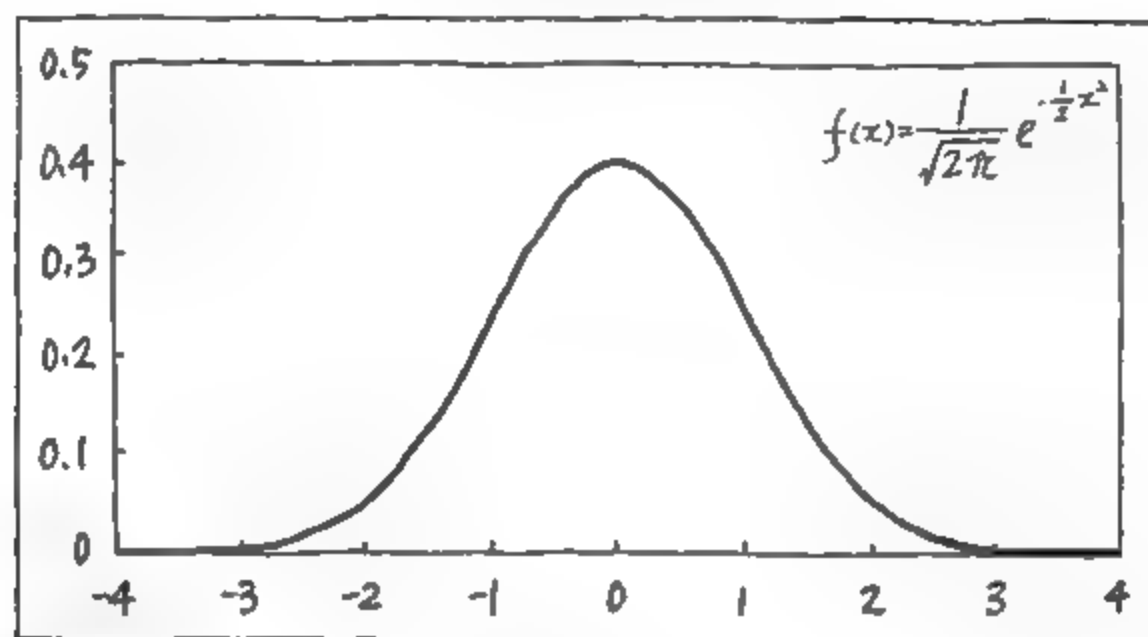


英语测验结果 (标准化后)
-1.1
3.8
⋮
-0.3
0
1

$$\frac{\text{每一数据}-\text{平均值}}{\text{标准差}} = \frac{50-53}{10} = \frac{-3}{10} = -0.3$$

如果这样, 则标准化后的“英语测验结果”为……

# 标准正态分布



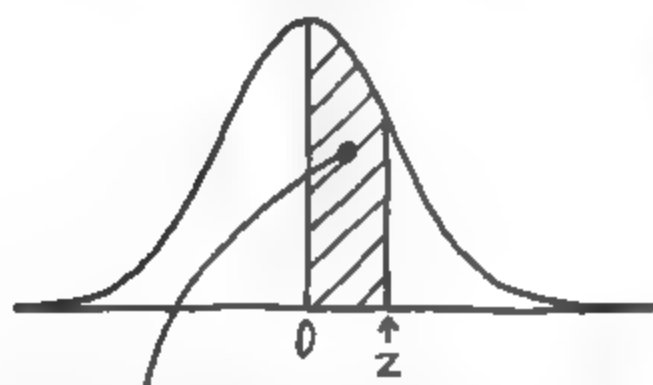


标准正态分布表

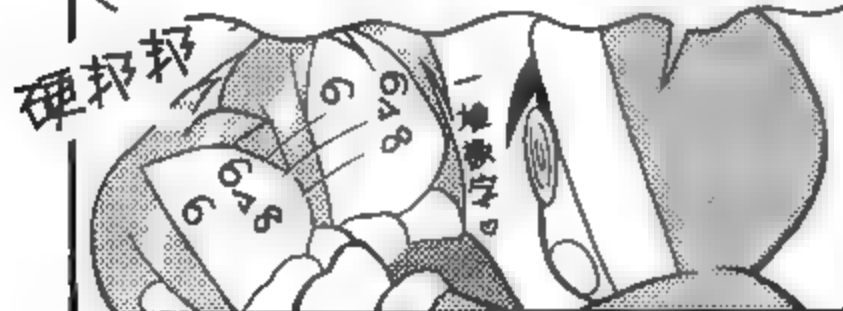
Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.016	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
0.4	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
0.5	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
0.6	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:



面积！



这张表中，这个部分的面积是可以求出来的哦！



咦？  
面积？  
怎么一回事？



那么，我们假设  
 $z=1.96$ 来看一下。

0 1.96

好的。

首先，把 $z=1.96$ 想成

$$Z = 1.9 + 0.06$$

上面这样。

切开小数点第1位  
和第2位——

接下来，对照这  
张表。

2	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103
:									
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761
:									
2.0	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817

“1.9”的行和“0.06”的  
列之交叉处……

是“0.4750”！



是的！  
这就是 $z=1.96$ 时的面积。

啊！

差点忘了告诉你，所有的标准正态分布  
之概率密度函数的图形和横轴所围成的  
面积都是1哦！



面积=1



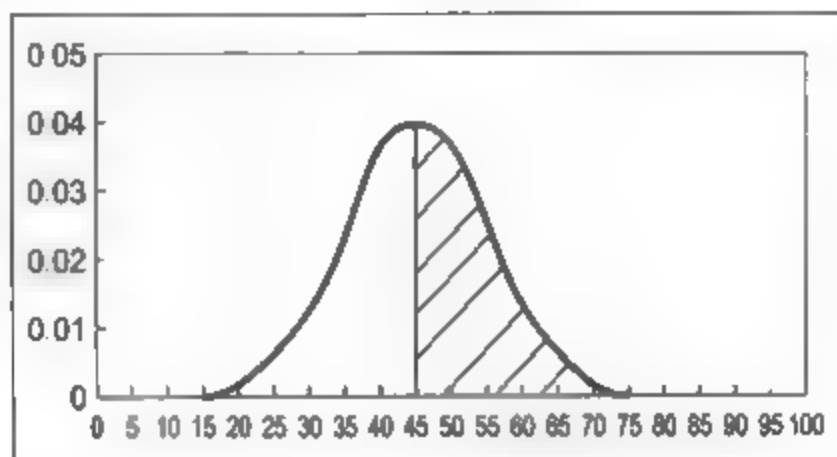


## 例 1



B县的全体高一学生参加某补习班的数学测验。计算分数后，得知“数学测验结果”可视为服从平均值为45，标准差为10的正态分布。那么，请思考看看。下列5种表示方法同义。

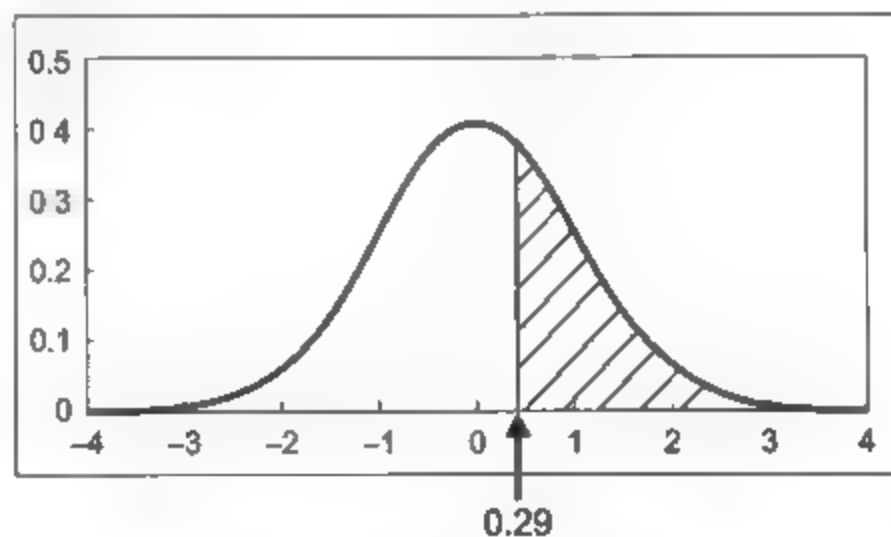
① 平均值为45，标准差为10的正态分布表中，下图斜线部分的面积为0.5。



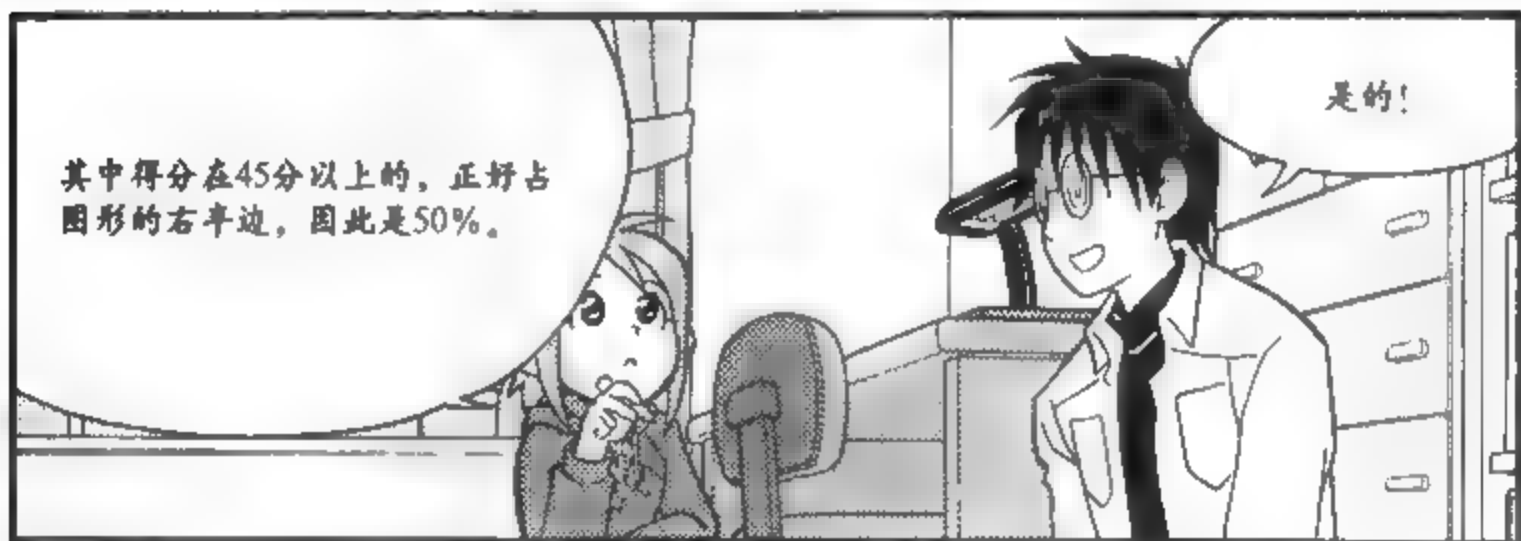
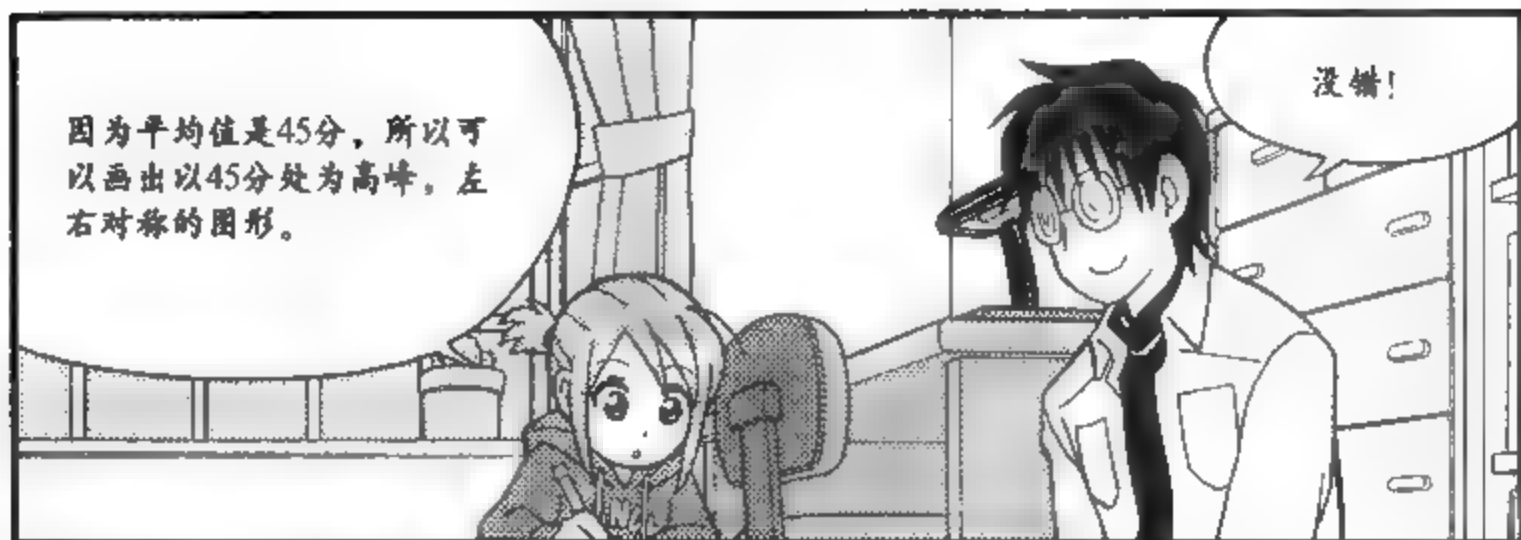
② 得分在45分以上的考生比例，占全体考生总数的0.5 (=50%)。

③ 从全体考生中，随机抽出一人，其得分在45分以上的机率为0.5 (=50%)。

④ 在“数学测验结果”标准化后的标准正态分布中，0以上的考生比例，占全体考生总数的0.5 (=50%)。



⑤ 从全体考生中，随机抽出一人。在“数学测验结果”标准化后的标准正态分布中，他的标准计分为0以上的机率为0.5 (=50%)。

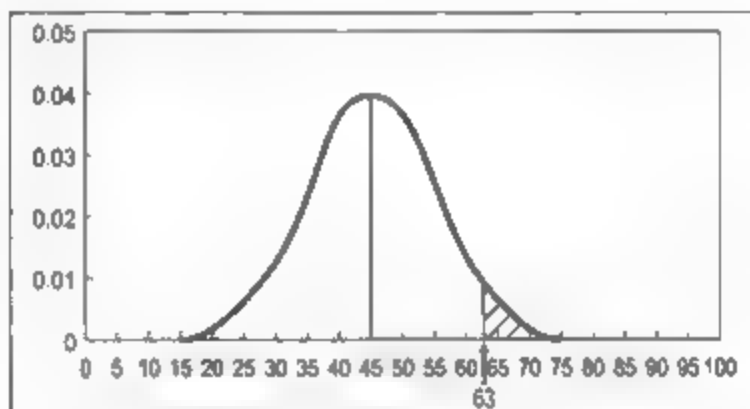


## 例 II

B县的全体高一学生参加某补习班的数学测验。计算分数后，得知“数学测验结果”可视为服从平均值为45，标准差为10的正态分布。那么，请思考看看。下列提示的5点均为同义。并请先阅读第④点。



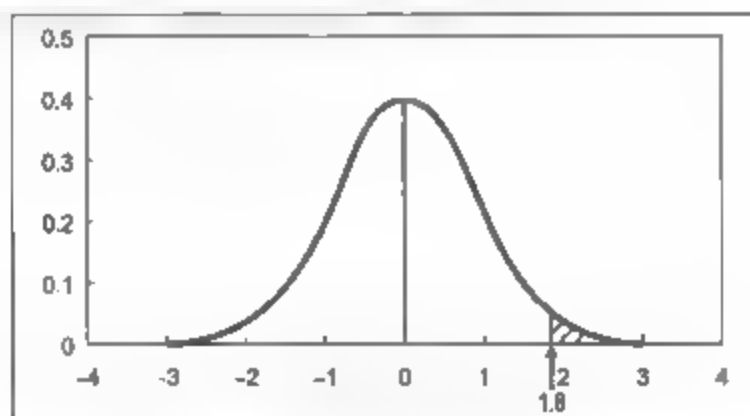
① 平均值为45，标准差为10的正态分布中，下图斜线部分的面积为  $0.5 - 0.4641 = 0.0359$ 。



② 得分在63分以上的考生，占全体考生的  $0.5 - 0.4641 = 0.0359$  ( $=3.59\%$ )。

③ 从全体考生之中，随机抽出一人，其得分在63分以上的机率为  $0.5 - 0.4641 = 0.0359$  ( $=3.59\%$ )。

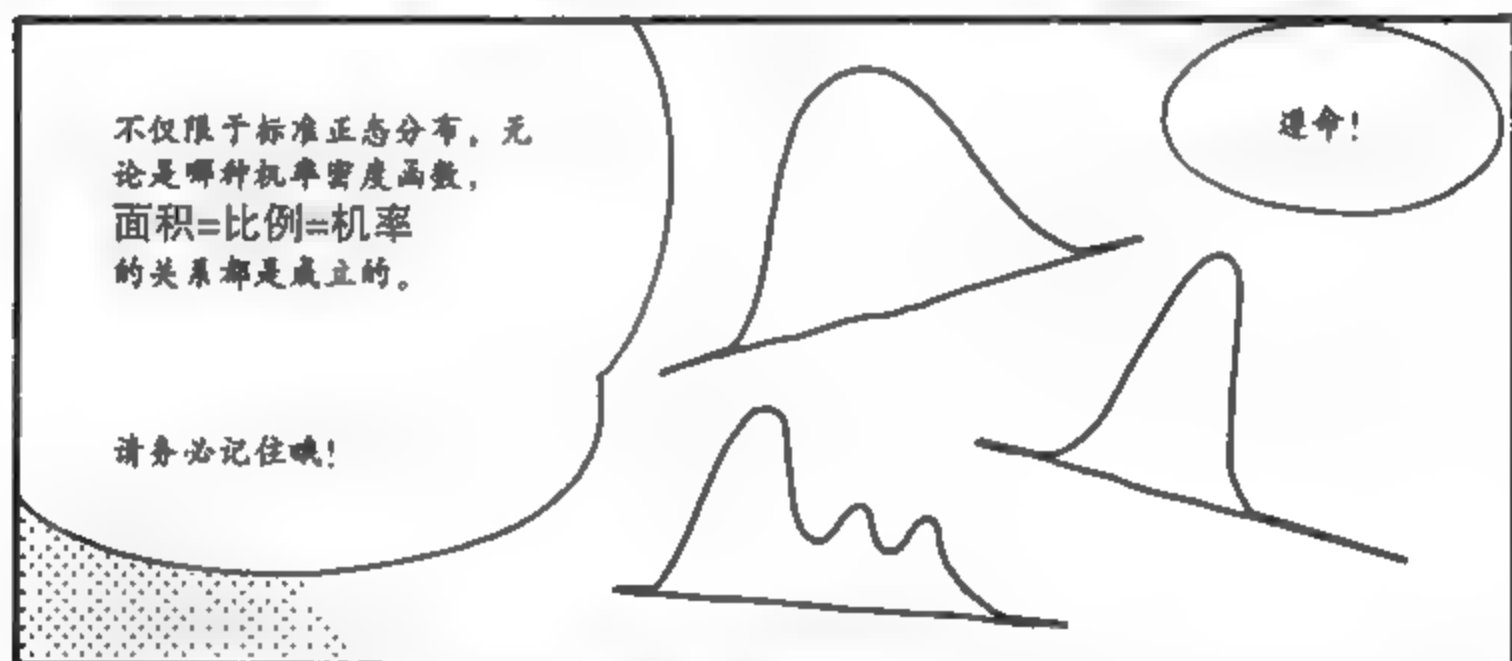
④ 在“数学测验结果”标准化后的标准正态分布中，



$1.8 = \frac{18}{10} = \frac{63-45}{10} = \frac{\text{每—数据—平均值}}{\text{标准差}}$  以上的考生比例，从标准正态分布表可

清楚得知，占全体考生的  $0.5 - 0.4641 = 0.0359$  ( $=3.59\%$ )。

⑤ 从全体考生之中，随机抽出一人。在“数学测验结果”标准化后的标准正态分布中，他的标准计分为1.8以上的机率为  $0.5 - 0.4641 = 0.0359$  ( $=3.59\%$ )。



## ✿4. 卡方分布✿

还有一种叫作卡方分布<sup>1</sup>的机率密度函数哦！

名称听来像是个很难理解的概念。

后悔

不…不…很有趣的哦！

$x$ 的机率密度函数若为，

$$f(x) = \begin{cases} x > 0 \text{ 时, } \frac{1}{2^{\frac{\text{自由度}}{2}} \times \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2} e^{-\frac{x^2}{2}} dx} \times \frac{\text{自由度}^{-1}}{x^2} \times e^{-\frac{x^2}{2}} \\ \text{上述以外的情况则为0} \end{cases}$$

在统计学上，用“ $x$ 服从自由度<sup>2</sup>为○○的卡方分布”来表示。



若非数学家则不必对这个式子进行讨论，因此请不要担心。



因为疏衣的反应很有趣，所以才故意让你看这种式子的。



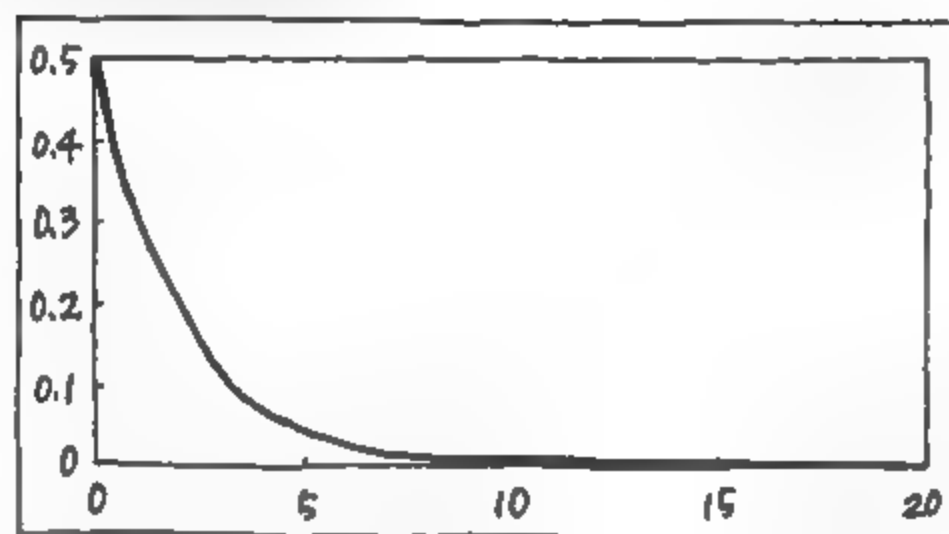
总之，先来看看自由度为2、10以及20等情况下的图形吧！



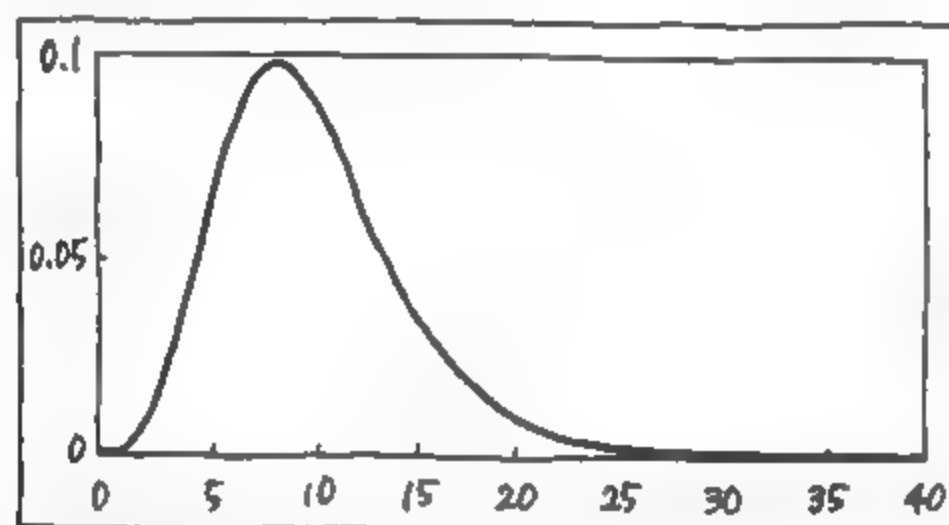
1. 卡方分布：Chusquare Distribution。 2. 自由度：Degree of Freedom。



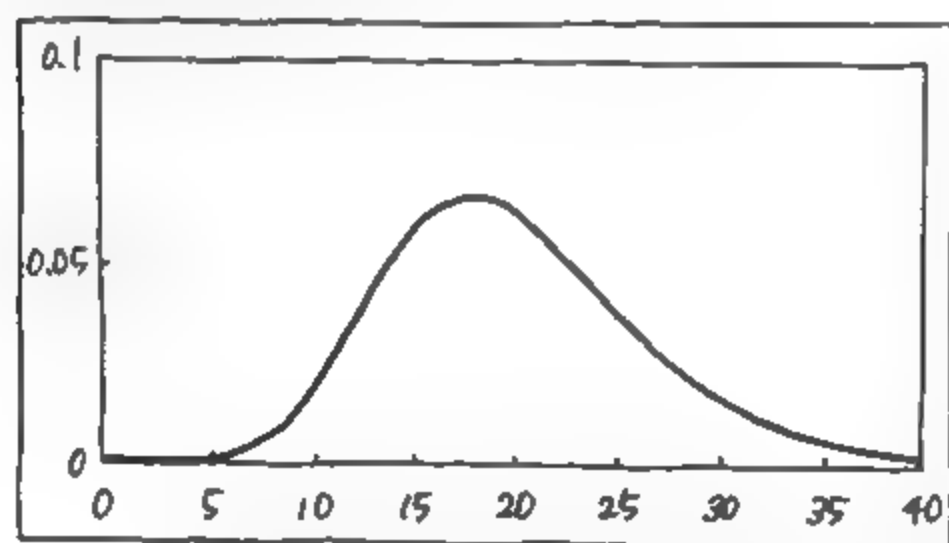
自由度为2的情况



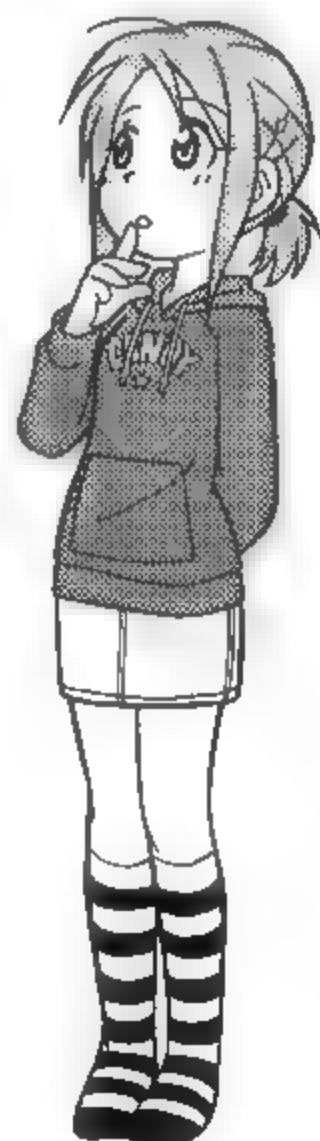
自由度为10的情况

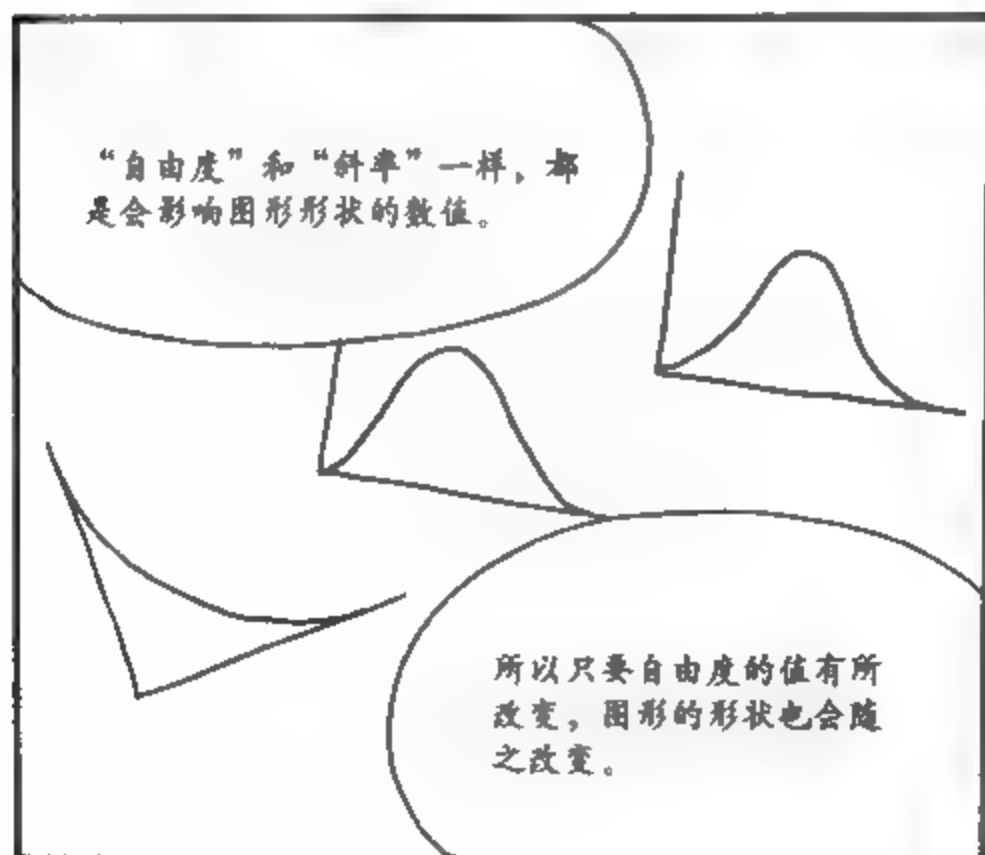


自由度为20的情况



自由度不同，图形的形状也完全不同啊！

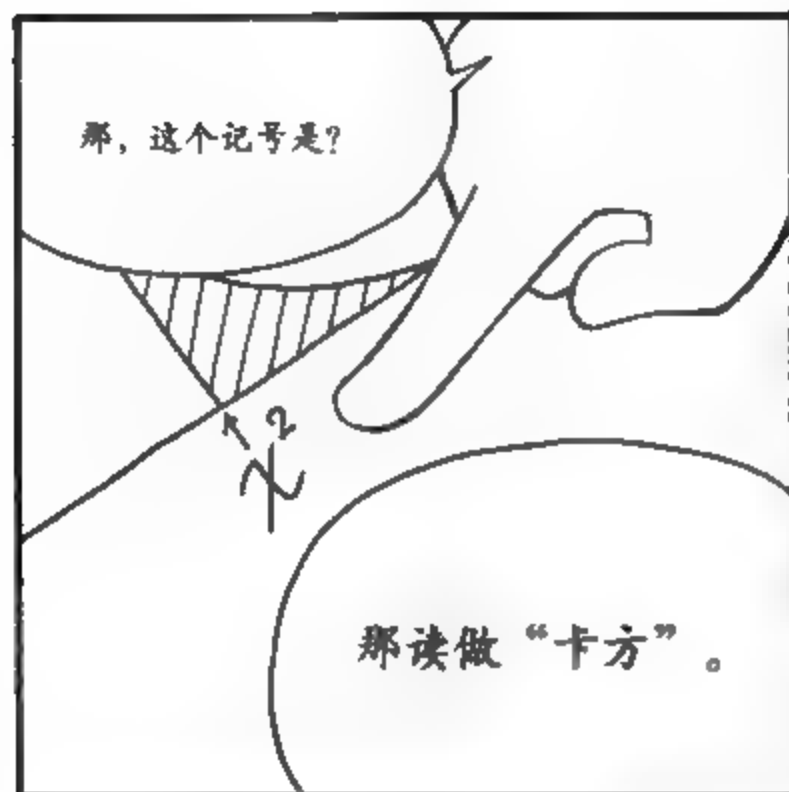




就像标准正态分布有标准正态分布表一样，卡方分布也有卡方分布表。

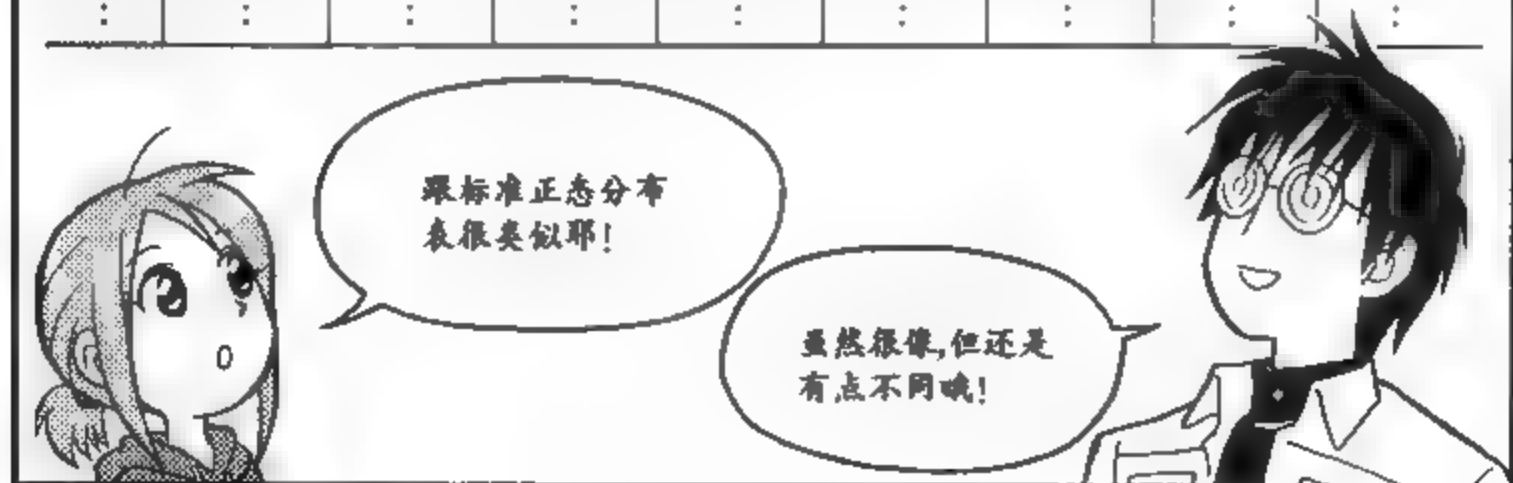
所谓的卡方分布表，

就是记录了对应这个部分的机率  
(=面积=比例)  $P$  的横轴刻度  $\chi^2$   
之值的表。



卡方分布表

P 自由度	0.995	0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01	0.005
1	0.000039	0.0002	0.0010	0.0039	3.8415	5.0239	6.6349	7.8794
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	5.9915	7.3778	9.2104	10.5965
3	0.0717	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.3449	12.8381
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.1433	13.2767	14.8602
5	0.4118	0.5543	0.8312	1.1455	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496
6	0.6757	0.8721	1.2373	1.6354	12.5916	14.4494	16.8119	18.5475
7	0.9893	1.2390	1.6899	2.1673	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	15.5073	17.5345	20.0902	21.9549
9	1.7349	2.0879	2.7004	3.3251	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893
10	2.1558	2.5582	3.2470	3.9403	18.3070	20.4832	23.2093	25.1881
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮



标准正态分布表为记录对应横轴的刻度之机率之表，

欲求出的  
是面积  
(=面积  
=比例)

卡方分布表则是记录对应机率之横轴刻度的表。

在此，欲求出的  
是这个！

$\chi^2$

一个头变两个  
大了啦！

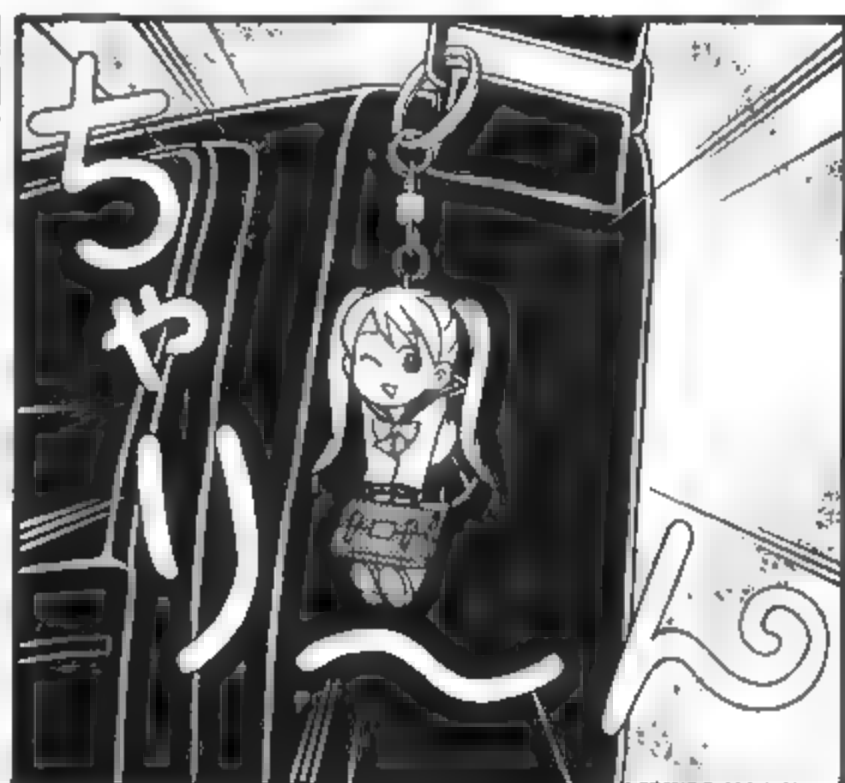
唉呀！  
先别着急嘛！

试想一下，自由度为1，  
 $P$ 为0.05时的 $\chi^2$ 的值。

1的行和0.05的列的交叉处  
的值，所以……

就是3.8415。

卡方分布表					
0.99	0.975	0.95	0.05	0.025	0.01
0.0002	0.0010	0.0039	3.8415	5.0239	6.6349
0.0020	0.0050	0.0100	3.8415	5.0239	6.6349
0.0040	0.0100	0.0200	3.8415	5.0239	6.6349
0.0080	0.0200	0.0500	3.8415	5.0239	6.6349
0.0160	0.0500	0.1000	3.8415	5.0239	6.6349
0.0320	0.1000	0.2000	3.8415	5.0239	6.6349
0.0640	0.2000	0.5000	3.8415	5.0239	6.6349
0.1280	0.5000	1.0000	3.8415	5.0239	6.6349
0.2560	1.0000	2.0000	3.8415	5.0239	6.6349
0.5120	2.0000	5.0000	3.8415	5.0239	6.6349
1.0240	5.0000	10.0000	3.8415	5.0239	6.6349
2.0480	10.0000	20.0000	3.8415	5.0239	6.6349
4.0960	20.0000	50.0000	3.8415	5.0239	6.6349
8.1920	50.0000	100.0000	3.8415	5.0239	6.6349



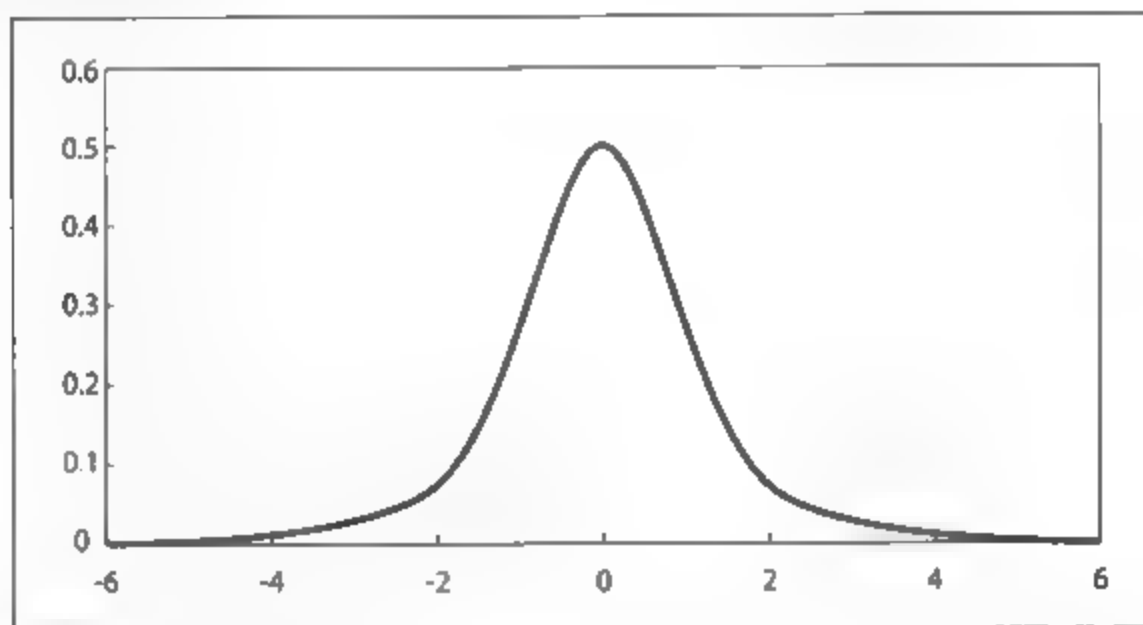
## ✿5. t分布✿

统计学上，以下的机率密度函数经常出现。

$$f(x) = \frac{\int_0^{\infty} x^{\frac{\text{自由度}+1}{2}-1} e^{-x} dx}{\sqrt{\text{自由度} \times \pi} \times \int_0^{\infty} x^{\frac{\text{自由度}+1}{2}-1} e^{-x} dx} \times \left(1 + \frac{x^2}{\text{自由度}}\right)^{-\frac{\text{自由度}+1}{2}}$$

$x$ 的机率密度函数若如上述，在统计学上则以“ $x$ 服从自由度为 $\times \times$ 的 $t$ 分配”来表示。

### ■自由度为5的情况



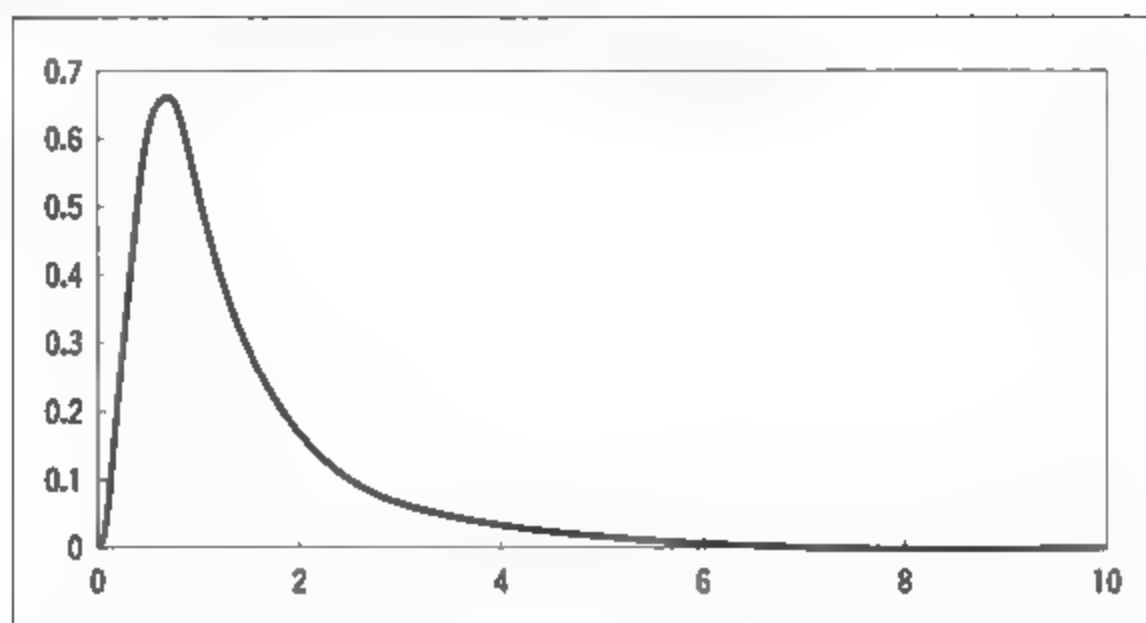
## ✿6. F分布✿

统计学上，以下的机率密度函数也是经常出现的主题。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\left(\int_0^{\infty} x^{\frac{\text{第1自由度}+\text{第2自由度}}{2}-1} e^{-x} dx\right) \times (\text{第1自由度})^{\frac{\text{第1自由度}}{2}} \times (\text{第2自由度})^{\frac{\text{第2自由度}}{2}}}{\left(\int_0^{\infty} x^{\frac{\text{第1自由度}}{2}-1} e^{-x} dx\right) \times \left(\int_0^{\infty} x^{\frac{\text{第2自由度}}{2}-1} e^{-x} dx\right)} \times \frac{x^{\frac{\text{第1自由度}}{2}-1}}{(\text{第1自由度} \times x + \text{第2自由度})^{\frac{\text{第1自由度}+\text{第2自由度}}{2}}} & x > 0 \text{ 时} \\ \text{上述以外的情况为0} & \text{其他情况} \end{cases}$$

$x$ 的机率密度函数若如上述所示，在统计学上则以“ $x$ 服从自由度为 $\bigcirc\bigcirc$ ，第2自由度为 $\times \times$ 的 $F$ 分布”来表示。

## ■第1自由度为10，第2自由度为5的情况



## ✿ 7. “××分布”和EXCEL ✿

如果不使用标准正态分布表及卡方分布表来计算机率及横轴的刻度，在电脑尚未普及时（约是20世纪90年代初期），这些计算对个人而言是相当浩大的工程。因此，这些分布表实在是相当重要的“宝物”。然而，现今已经不太使用分布表了。因为使用EXCEL的函数计算功能，便可轻松地求出分布表中的值，不仅如此，比起分布表，EXCEL还可以求出更多种类的值。

我将与“××分配”相关的函数总整理如下表。

◆表5.1 与“××分配”相关的函数

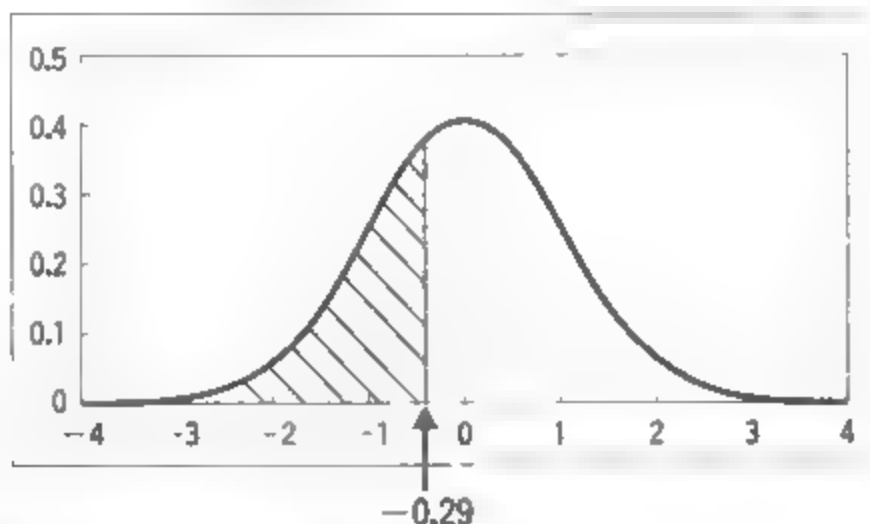
分布	函数	函数的特征
正态分布 <sup>1</sup>	NOPMDIST	可计算对应横轴刻度的机率
正态分布	NORMINV	可计算对应机率的横轴刻度
标准正态分布	NOPMDIST	可计算对应横轴刻度的机率
标准正态分布	NORMSINV	可计算对应机率的横轴刻度
卡方分布	CHIDIST	可计算对应横轴刻度的机率
卡方分布	CHIINV	可计算对应机率的横轴刻度
t分布	TDIST	可计算对应横轴刻度的机率
t分布	TINV	可计算对应机率的横轴刻度
F分布	FDIST	可计算对应横轴刻度的机率
F分布	FINV	可计算对应机率的横轴刻度

1 正态分布：由于正态分布的机率密度函数受到平均值和标准差的影响，因此即使做出“正态分布表”也是不可能的。然而，利用EXCEL来求出与“正态分布表”相当的值却非常便利。



### 例题

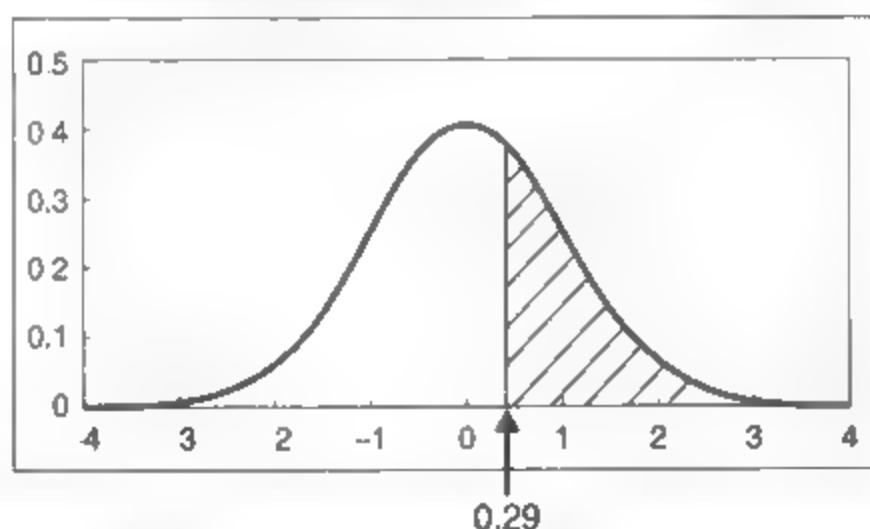
(1) 请利用93页的标准正态分布表表示出下图斜线部分的机率。



(2) 请利用103页的卡方分布表求出自由度为2,  $P$ 为0.05时的 $\chi^2$ 的值。

### 解答

(1) 必须求出的机率, 和下图斜线部分的机率相同。



欲求出 $z=0.29=0.2+0.09$ 的情况下的机率, 可从标准正态分配表得知, 是0.1141。因此, 必须求出的机率为 $0.5-0.1141=0.3859$ 。

(2) 根据卡方分布表, 必须求出 $\chi^2$ 的值, 其值为5.9915。

## 总整理

- 代表性的机率密度函数，可举出与下列对应者：
  - 正态分布
  - 标准正态分布
  - 卡方分布
  - $t$ 分布
  - $F$ 分布
- 机率密度函数的图形和横轴所围成的面积为1。
- 机率密度函数的图形和横轴所围成的面积，可视为与比例及机率相同。
- 若利用“ $\times \times$ 分布表”或Excel的函数，则可求出，
  - 对应横轴刻度的机率
  - 对应机率的横轴刻度



## ◆ 第 6 章 ◆

# 双变量的相关分析

이런이런

原来如此

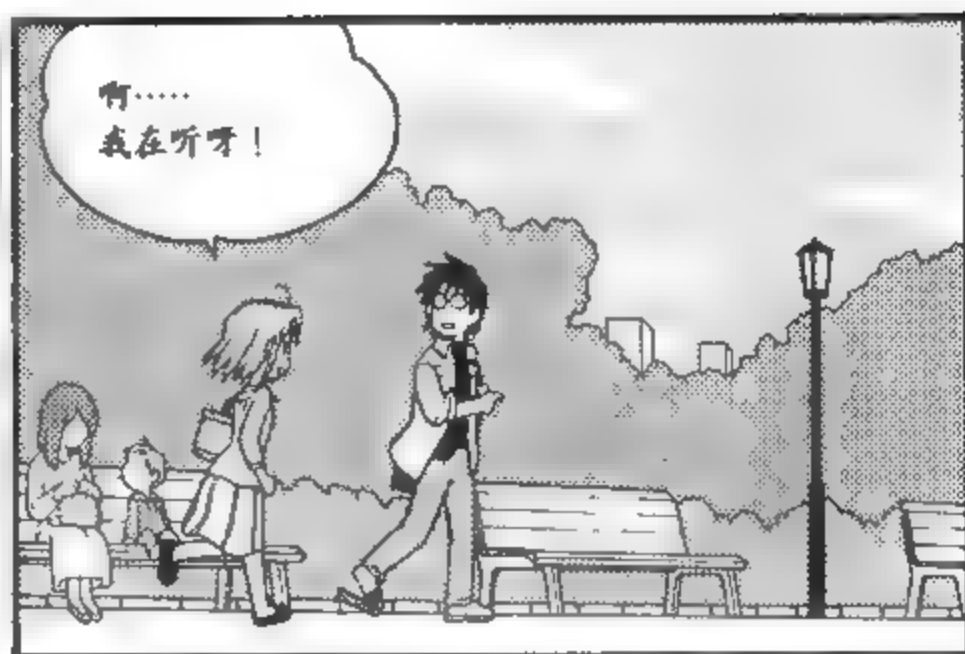


偶尔在外面上课  
也不错啊！

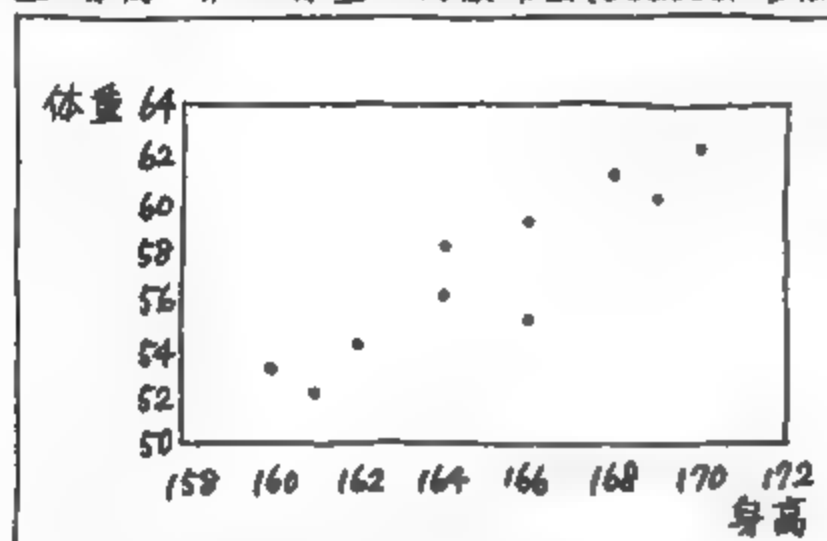
~~~~~



이런 이런

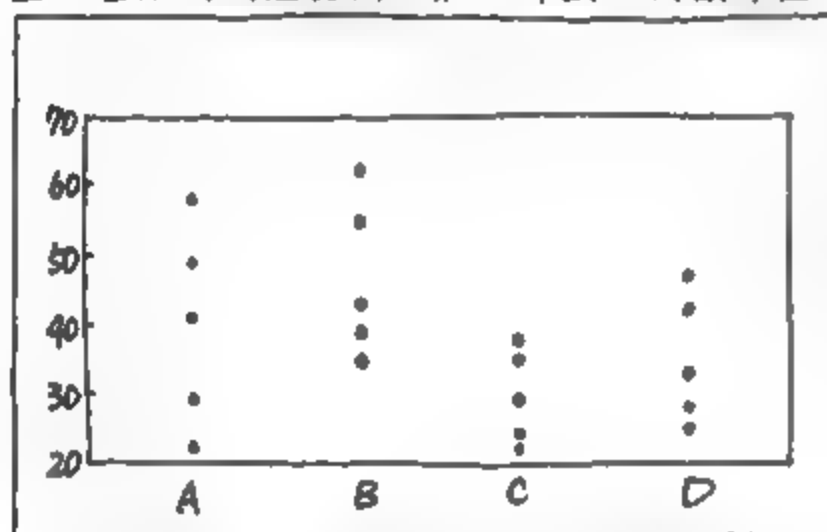


图“身高”和“体重”的散布图(Scatter Diagram)



数值和数值

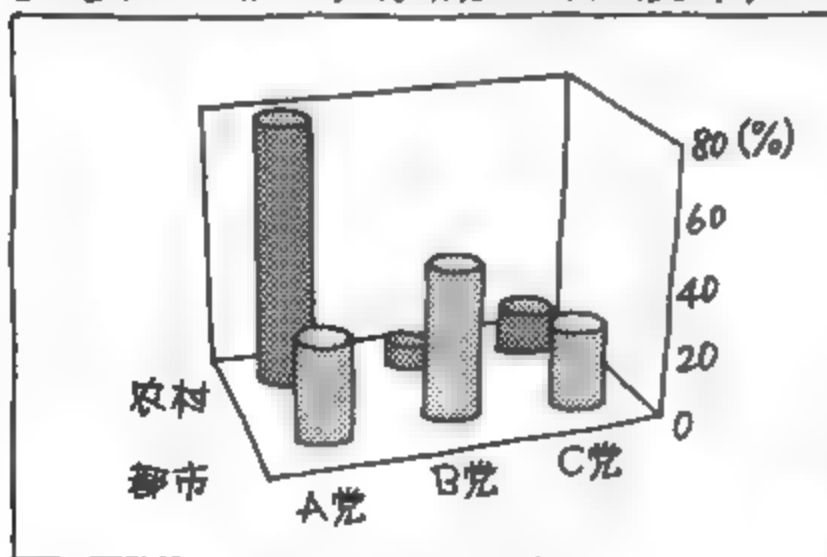
图“喜欢的啤酒品牌”和“年龄”的散布图



数值和类别

做成图表后，我们就可以知道它们是否与双变量相关联。

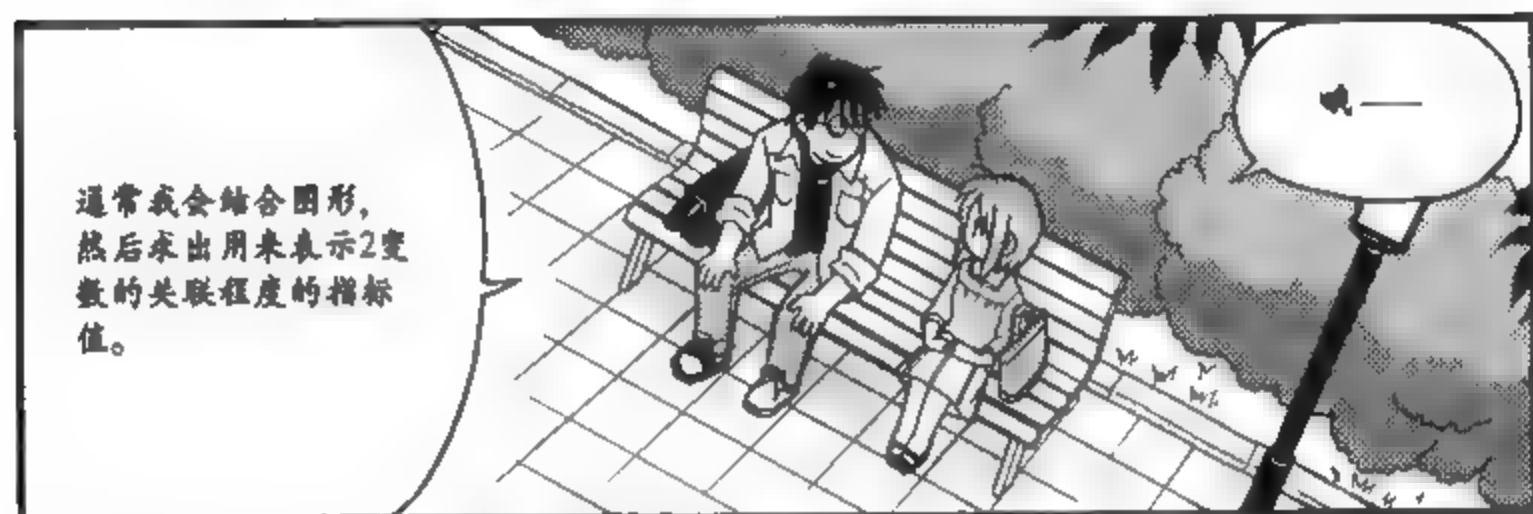
图“居住地”和“支持政党”的柱形图(Cylinder Chart)



类别和类别

噢!







## ✿ 1. 相关系数 ✿

对了，有“化妆品费”和“置装费”的问卷调查哟！

是数值和数值

询问10名20多岁的女性

1个月的“化妆品费”和“置装费”

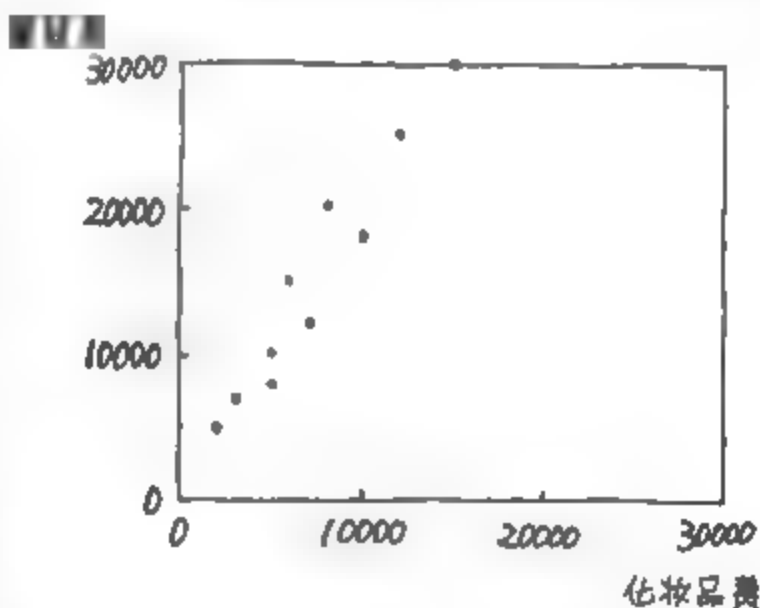
化妆品费(日元) 置装费(日元)

|      |       |       |
|------|-------|-------|
| A 小姐 | 3000  | 7000  |
| B 小姐 | 5000  | 8000  |
| C 小姐 | 12000 | 25000 |
| D 小姐 | 2000  | 5000  |
| E 小姐 | 7000  | 12000 |
| F 小姐 | 15000 | 30000 |
| G 小姐 | 5000  | 10000 |
| H 小姐 | 6000  | 15000 |
| I 小姐 | 8000  | 20000 |
| J 小姐 | 10000 | 18000 |

首先，试着画成图表吧！

好的。

一个月的“化妆品费”和“置装费”之散布图



哦！看来似乎花较多钱在化妆品上的人也会花较多的钱买衣服啊！

那么，我们试着求出两者的关联“程度”吧！

|           | 指标                | 值的范围   | 计算式                                                                                                                                 |
|-----------|-------------------|--------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 数值数据和数值数据 | 相关系数 <sup>1</sup> | -1 ~ 1 | $\frac{x \text{ 和 } y \text{ 的共变异数}^2}{\sqrt{x \text{ 的变异数}^3 \times y \text{ 的变异数}}} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \times S_{yy}}}$ |
| 数值数据和分类数据 | 相关比               | 0 ~ 1  | $\frac{\text{组间变异}}{\text{组内变异} + \text{组间变异}}$<br>→参见P121 “2.相关比”                                                                  |
| 分类数据和分类数据 | 克朗姆<br>相关系数       | 0 ~ 1  | $\sqrt{\frac{\chi^2_n}{\text{数据个数} \times (\min\{\text{交叉资料表的行数}, \text{交叉资料表的列数}\} - 1)}}$<br>→参见P.27 “3.克朗姆相关系数”                  |



随着数据种类的不同，指标也不同哦！



啊。



“化妆品费”和“置装费”为“相关系数”

$x$ 和 $y$ 的共变异数

$$\frac{S_{xy}}{\sqrt{x \text{ 的变异数} \times y \text{ 的变异数}}} = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \times S_{yy}}}$$

因为要数值和数值

那就来慢慢算算看吧！

好的

啊

那么就开搞吧！

啊——

|     | 化妆品费                      | 置装费                       |               |               |                          |                          |                              |
|-----|---------------------------|---------------------------|---------------|---------------|--------------------------|--------------------------|------------------------------|
|     | $x$                       | $y$                       | $x - \bar{x}$ | $y - \bar{y}$ | $(x - \bar{x})^2$        | $(y - \bar{y})^2$        | $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ |
| A小姐 | 3000                      | 7000                      | -4300         | -8000         | 18490000                 | 64000000                 | 34400000                     |
| B小姐 | 5000                      | 8000                      | -2300         | -7000         | 5290000                  | 49000000                 | 16100000                     |
| C小姐 | 12000                     | 25000                     | 4700          | 10000         | 22090000                 | 100000000                | 47000000                     |
| D小姐 | 2000                      | 5000                      | -5300         | -10000        | 28090000                 | 100000000                | 53000000                     |
| E小姐 | 7000                      | 12000                     | -300          | -3000         | 90000                    | 9000000                  | 900000                       |
| F小姐 | 15000                     | 30000                     | 7700          | 15000         | 59290000                 | 225000000                | 115500000                    |
| G小姐 | 5000                      | 10000                     | -2300         | -5000         | 5290000                  | 25000000                 | 11500000                     |
| H小姐 | 6000                      | 15000                     | -1300         | 0             | 1690000                  | 0                        | 0                            |
| I小姐 | 8000                      | 20000                     | 700           | 5000          | 490000                   | 25000000                 | 3500000                      |
| J小姐 | 10000                     | 18000                     | 2700          | 3000          | 7290000                  | 9000000                  | 8100000                      |
| 合计  | 73000                     | 150000                    | 0             | 0             | 148100000                | 606000000                | 290000000                    |
| 平均数 | 7300                      | 15000                     |               |               | $\downarrow$<br>$S_{xx}$ | $\downarrow$<br>$S_{yy}$ | $\downarrow$<br>$S_{xy}$     |
|     | $\downarrow$<br>$\bar{x}$ | $\downarrow$<br>$\bar{y}$ |               |               |                          |                          |                              |

相关系数: Correlation Coefficient。 2 共变异数: Covariance。 3 变异数: Variance。

接下来,代入公式吧。

$$\frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx} \times S_{yy}}} = \frac{290000000}{\sqrt{148100000 \times 606000000}} = 0.9680$$

用电脑就可以马上求出。

相关系数的值是0.9680!

而且,若两个变量的相关性越强,则相关系数就会越接近±1。

如果关联性越弱,相关系数则会越接近0。



唔。

由于这个结果相当接近1,所以“化妆品费”和“置装费”的关联性非常强。

是啊!

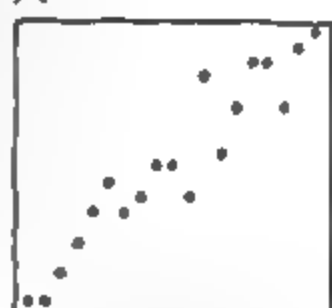
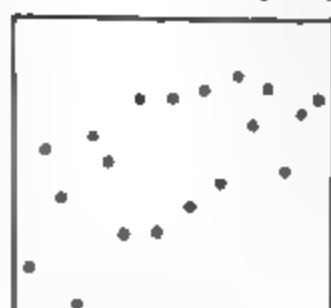
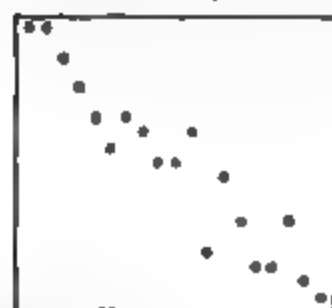
那什么情况下接近1呢?

“化妆品费”越高,而“置装费”越低的情况。

负相关

不相关

正相关



相关系数

约为-1

约为0

约为0.5

约为1

如同本次，相关系数的值若为正值，则称为“正相关”；反之，若为负值，则称为“负相关”。

若为0，则称为“不相关”。

知道了。

但是，关于相关系数的值……

在统计学上，“若其值在××以上则可说两个变量关联性较强”的基准是不存在的。

听起来好糊涂呀！

相关系数值之意义

| 相关系数的绝对值 |   | 若细分……  | 若大体上划分… |
|----------|---|--------|---------|
| 1.0~0.9  | ⇒ | 相关性非常强 | 相关      |
| 0.9~0.7  | ⇒ | 相关性有点强 |         |
| 0.7~0.5  | ⇒ | 相关性有点弱 |         |
| 未滿0.5    | ⇒ | 相关性非常弱 | 不相关     |



那就或多或少参考一下相关系数值的含义吧！

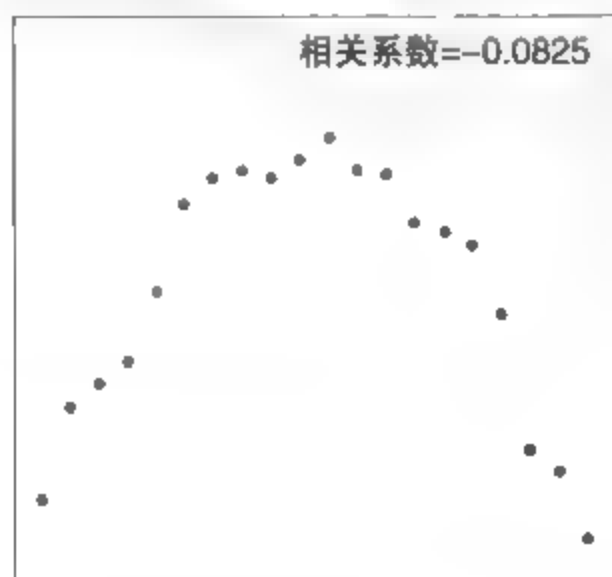


## 注意要点

之前说过，相关系数为表示数值数据与数值数据的关联性程度的指标。不过，严格说来并非如此。相关系数为清楚表示数值数据与数值数据之间是否具有“直线性”关联的指标。



### 不适用于相关系数的例子



如同左图所示，可看出这两个变量具有明确的相关性。然而，由于其关联性为“曲线”的状态，因此相关系数的值接近于0。

## ✿ 2. 相关比 ✿

我们来看看还有什么……

有“年龄”和“喜欢的服装品牌”的问卷调查耶！

### “年龄”和“喜欢的服装品牌”

· 在五本木之丘所做的调查 ·

|      | 年龄 | 品牌        |
|------|----|-----------|
| A 小姐 | 27 | Termes    |
| B 小姐 | 33 | Chanellio |
| C 小姐 | 16 | Burpurry  |
| D 小姐 | 29 | Burpurry  |
| E 小姐 | 32 | Chanellio |
| F 小姐 | 23 | Termes    |
| G 小姐 | 25 | Chanellio |
| H 小姐 | 28 | Termes    |
| I 小姐 | 22 | Burpurry  |
| J 小姐 | 18 | Burpurry  |
| K 小姐 | 26 | Chanellio |
| L 小姐 | 26 | Termes    |
| M 小姐 | 15 | Burpurry  |
| N 小姐 | 29 | Chanellio |
| O 小姐 | 26 | Burpurry  |



数值数据和分类数据是用“相关比”<sup>1)</sup>啊……  
而其值介于0和1之间。



这个指标也是越接近1，  
关联性越强吗？



1. 相关比: Correlation Ratio.

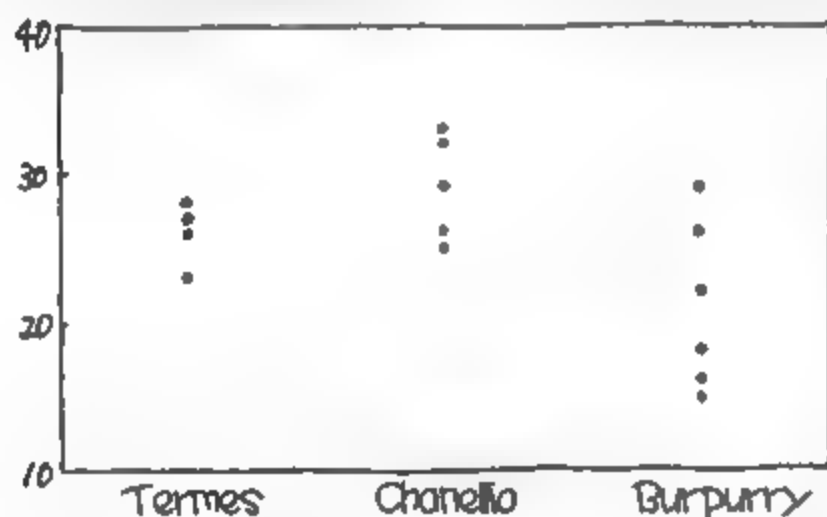
“喜欢的服装品牌”和“年龄”

那么，将刚才的表格整理一下吧！

好啊。

|    | Termes | Chanello | Burpurry |     |
|----|--------|----------|----------|-----|
|    | 23     | 25       | 15       |     |
|    | 26     | 26       | 16       |     |
|    | 27     | 29       | 18       |     |
|    | 28     | 32       | 22       |     |
|    |        | 33       | 26       |     |
|    |        |          | 29       |     |
| 合计 | 104    | 145      | 126      | 375 |
| 平均 | 26     | 29       | 21       | 25  |

“喜欢的服装品牌”和“年龄”的散布图



下一步就是制成图表。

哦！似乎有些关联耶！

那么，就来实际地算一下相关比的值吧！

好！

相关比的值，只要依照以下的步骤1到步骤4的计算，就可以求出。



## 步骤1

进行如下表的计算。

|    | (Termes—Termes<br>的平均值) <sup>2</sup> | (Chanellio—Chanellio<br>的平均值) <sup>2</sup> | (Burpurry—Burpurry<br>的平均值) <sup>2</sup> |
|----|--------------------------------------|--------------------------------------------|------------------------------------------|
|    | $(23-26)^2=(-3)^2=9$                 | $(25-29)^2=(-4)^2=16$                      | $(15-21)^2=(-6)^2=36$                    |
|    | $(26-26)^2=0^2=0$                    | $(26-29)^2=(-3)^2=9$                       | $(16-21)^2=(-5)^2=25$                    |
|    | $(27-26)^2=1^2=1$                    | $(29-29)^2=0^2=0$                          | $(18-21)^2=(-3)^2=9$                     |
|    | $(28-26)^2=2^2=4$                    | $(32-29)^2=3^2=9$                          | $(22-21)^2=1^2=1$                        |
|    |                                      | $(33-29)^2=4^2=16$                         | $(26-21)^2=5^2=25$                       |
|    |                                      |                                            | $(29-21)^2=8^2=64$                       |
| 合计 | 14                                   | 50                                         | 160                                      |
|    | ↓<br>$S_{TT}$                        | ↓<br>$S_{CC}$                              | ↓<br>$S_{BB}$                            |

## 步骤2

求出组内变异，也就是 $S_{TT}+S_{CC}+S_{BB}$

$$S_{TT}+S_{CC}+S_{BB}=14+50+160=224$$



### 步骤3

组间变异，也就是求出：

$(\text{Termes的数据个数}) \times (\text{Termes的平均值} - \text{整体平均值})^2 + (\text{Chanellio的数据个数}) \times (\text{Chanellio的平均值} - \text{全体平均值})^2 + (\text{Burpurry的数据个数}) \times (\text{Burpurry的平均值})^2$

$$\begin{aligned} & 4 \times (26-25)^2 + 5 \times (29-25)^2 + 6 \times (21-25)^2 \\ &= 4 \times 1 + 5 \times 16 + 6 \times 16 \\ &= 4 + 80 + 96 \\ &= 180 \end{aligned}$$

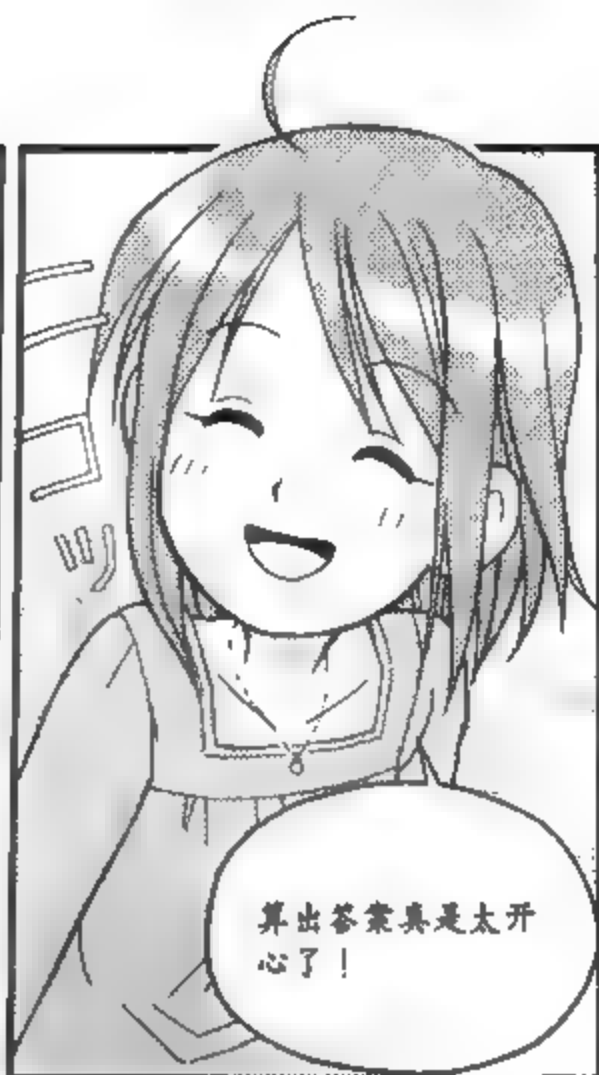
### 步骤4

相关比的值，也就是求出  $\frac{\text{级间变异}}{\text{级内变异} + \text{级间变异}}$ 。

$$\frac{180}{224+180} = \frac{180}{404} \approx 0.4455$$

“年龄”和“喜欢的服装品牌”相关比的值为……





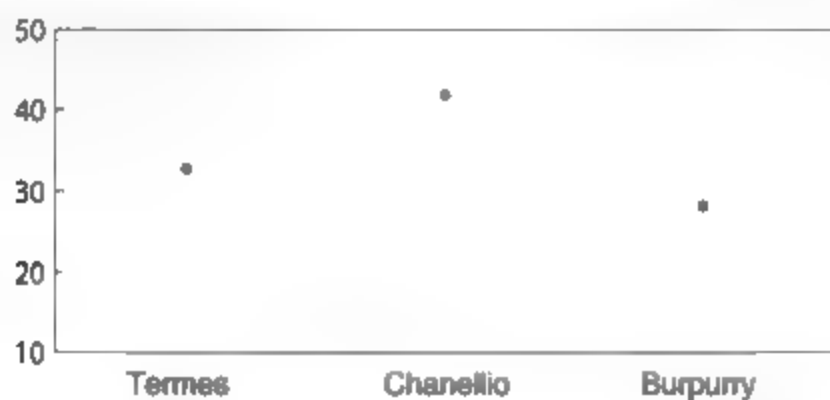
泪流满面



如前所述，相关比的值之范围，介于0和1之间。两个变量的关联性越强，则此值就会越接近1，反之，则会越接近0。详细内容请参照下图。

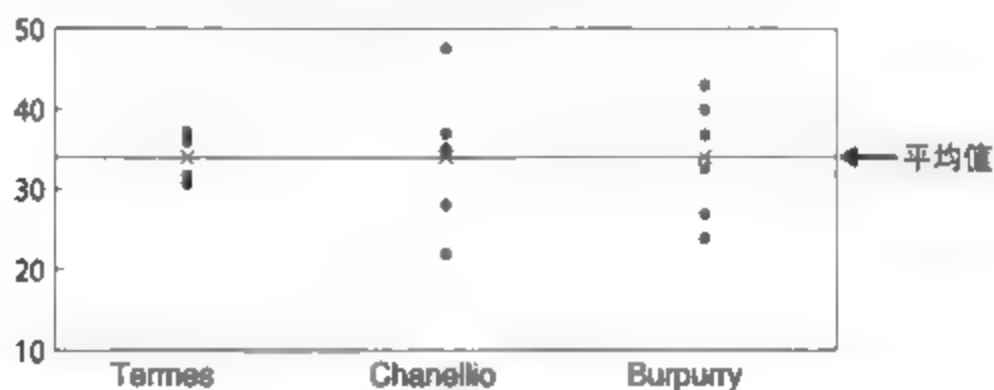


“喜欢的服装品牌”和“年龄”的散布图（相关比的值为1）。



相关比的值为1  $\longleftrightarrow$  各组所含数据相同  $\longleftrightarrow$  组内变异为0

“喜欢的服装品牌”和“年龄”的散布图（相关比的值为0）。



相关比的值为0  $\longleftrightarrow$  各组的平均值相同  $\longleftrightarrow$  组间变异为0



“相关比的值在XX以上，则可说两变量关联性强”这类标准，在统计学上是不存在的。请参考下列相关比的值之意义。

相关比的值之意义

| 相关比的值    |   | 若细分..... | 若人略上划分..... |
|----------|---|----------|-------------|
| 1.0~0.8  | ⇒ | 相关性非常强   | 相关          |
| 0.8~0.5  | ⇒ | 相关性有点强   | 相关          |
| 0.5~0.25 | ⇒ | 相关性有点弱   | 相关          |
| 未滿0.25   | ⇒ | 相关性非常弱   | 不相关         |

那么，由于本次的结果是0.4455，因此意思是“相关性有点弱”。



### ✿ 3. 克莱姆相关系数 ✿

接下来，如果有可以说明关于分类数据的例子就好了。



啊！这个如何？

你希望对方用什么样的方式向你表白？

“咨询300位高中生！  
你希望对方用什么样的方式向你表白？”

给我看看

表白的方式有“打电话”、“发短信”、“当面”……



话说回来，女性杂志还真是会做一些奇妙的问卷调查耶……



“性别”和“希望的表白方式”的交叉资料表

|    |    | 希望的表白方法 |     |     | 合计  |
|----|----|---------|-----|-----|-----|
|    |    | 打电话     | 发短信 | 当面  |     |
| 性别 | 女性 | 34      | 61  | 53  | 148 |
|    | 男性 | 38      | 40  | 74  | 152 |
| 合计 |    | 72      | 101 | 127 | 300 |

希望当面表白的男性回答者，在152人中占了74人。

“性别”和“希望的表白方式”的交叉资料表(行%)

|    |    | 希望的表白方法 |     |    | 合计  |
|----|----|---------|-----|----|-----|
|    |    | 打电话     | 发短信 | 当面 |     |
| 性别 | 女性 | 23      | 41  | 36 | 100 |
|    | 男性 | 25      | 26  | 49 | 100 |
| 合计 |    | 24      | 34  | 42 | 100 |

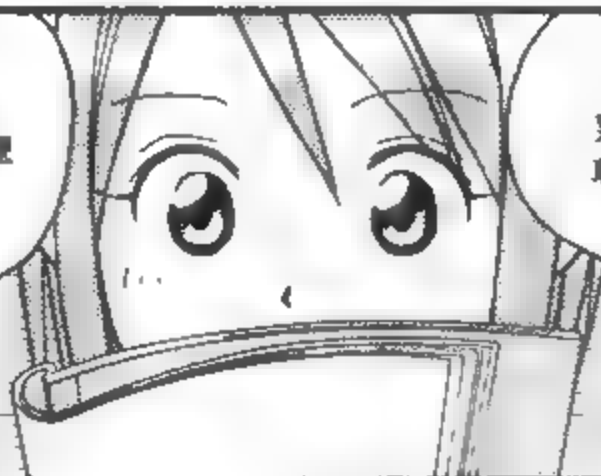
希望当面表白的男性回答者，在152人中，占了  $74/152 \times 100 = 49\%$ 。

像这类综合了两个变量的表，称为交叉资料表。



嗯……

相比较而言，女生比较希望“发短信表白”，



男生大多希望“当面表白”耶



1 克莱姆相关系数：Cramer's V。

克莱姆相关系数的值,可用下列步骤1到步骤5的计算方式来求出。



### 步骤1

准备交叉资料表。此外,粗框内的各个数值,称为观测次数<sup>1</sup>。

|     |    | 希望的表白方式 |     |     | 合 计 |
|-----|----|---------|-----|-----|-----|
|     |    | 打电话     | 发短信 | 当面  |     |
| 性 别 | 女性 | 34      | 61  | 53  | 148 |
|     | 男性 | 38      | 40  | 74  | 152 |
| 合 计 |    | 72      | 101 | 127 | 300 |

### 步骤2

进行下表的计算。此外,粗框内的各个数值,称为期望次数<sup>2</sup>。

|     |    | 希望的表白方式                     |                              |                              | 合 计 |
|-----|----|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|-----|
|     |    | 打电话                         | 短信                           | 当面                           |     |
| 性 别 | 女性 | $\frac{148 \times 72}{300}$ | $\frac{148 \times 101}{300}$ | $\frac{148 \times 127}{300}$ | 148 |
|     | 男性 | $\frac{152 \times 72}{300}$ | $\frac{152 \times 101}{300}$ | $\frac{152 \times 127}{300}$ | 152 |
| 合 计 |    | 72                          | 101                          | 127                          | 300 |

“男性”的合计 × “当面”的合计  
数据个数<sup>2</sup>

1. 观测次数: Observed Frequency。 2. 期望次数: Expected Frequency。

如果“性别”和“希望的表白方式”完全不相关，则打电话：发短信：当面的比值，无论是女性或男性都会根据步骤2的表中的“合计”得出以下比例：

$$72:101:127 = \frac{72}{72+101+127} : \frac{101}{72+101+127} : \frac{127}{72+101+127}$$

$$= \frac{72}{300} : \frac{101}{300} : \frac{127}{300}$$



换句话说，表示当“性别”与“希望的表白方式”完全不相关时的“希望当面表白的男性人数”为

$$152 \times \frac{127}{300} = \frac{152 \times 127}{300}$$

### 步骤3

每笔数值以  $\frac{(\text{观测次数} - \text{期望次数})^2}{\text{期望次数}}$  来计算。

|    |    | 希望的表白方式                                                                           |                                                                                     |                                                                                     | 合计  |
|----|----|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----|
|    |    | 打电话                                                                               | 发短信                                                                                 | 当面                                                                                  |     |
| 性别 | 女性 | $\frac{\left(34 - \frac{148 \times 72}{300}\right)^2}{\frac{148 \times 72}{300}}$ | $\frac{\left(61 - \frac{148 \times 101}{300}\right)^2}{\frac{148 \times 101}{300}}$ | $\frac{\left(53 - \frac{148 \times 127}{300}\right)^2}{\frac{148 \times 127}{300}}$ | 148 |
|    | 男性 | $\frac{\left(38 - \frac{152 \times 72}{300}\right)^2}{\frac{152 \times 72}{300}}$ | $\frac{\left(40 - \frac{152 \times 101}{300}\right)^2}{\frac{152 \times 101}{300}}$ | $\frac{\left(74 - \frac{152 \times 127}{300}\right)^2}{\frac{152 \times 127}{300}}$ |     |
| 合计 |    | 72                                                                                | 101                                                                                 | 127                                                                                 | 300 |



观测次数和期望次数的差异越大，意即“性别”和“希望的表白方式”之间的关联程度越强，则粗框内的各数值也会越大。



#### 步骤4

求出步骤3的表中粗框内的值之总和，意即皮尔森的卡方统计量之值。此外，皮尔森的卡方统计量，以下用“ $\chi^2_0$ ”表示。

$$\begin{aligned}\chi^2_0 = & \frac{\left(34 - \frac{148 \times 72}{300}\right)^2}{\frac{148 \times 72}{300}} + \frac{\left(61 - \frac{148 \times 101}{300}\right)^2}{\frac{148 \times 101}{300}} + \frac{\left(53 - \frac{148 \times 127}{300}\right)^2}{\frac{148 \times 127}{300}} \\ & + \frac{\left(38 - \frac{152 \times 72}{300}\right)^2}{\frac{152 \times 72}{300}} + \frac{\left(40 - \frac{152 \times 101}{300}\right)^2}{\frac{152 \times 101}{300}} + \frac{\left(74 - \frac{152 \times 127}{300}\right)^2}{\frac{152 \times 127}{300}} \\ = & 8.0091\end{aligned}$$

如同步骤3中的说明，观测次数和期望次数的差异越大，意即“性别”和“希望的表白方式”之间的关联程度越强，则皮尔森的卡方统计量  $\chi^2_0$  也会越大。





求出克萊姆相關系數的值，即

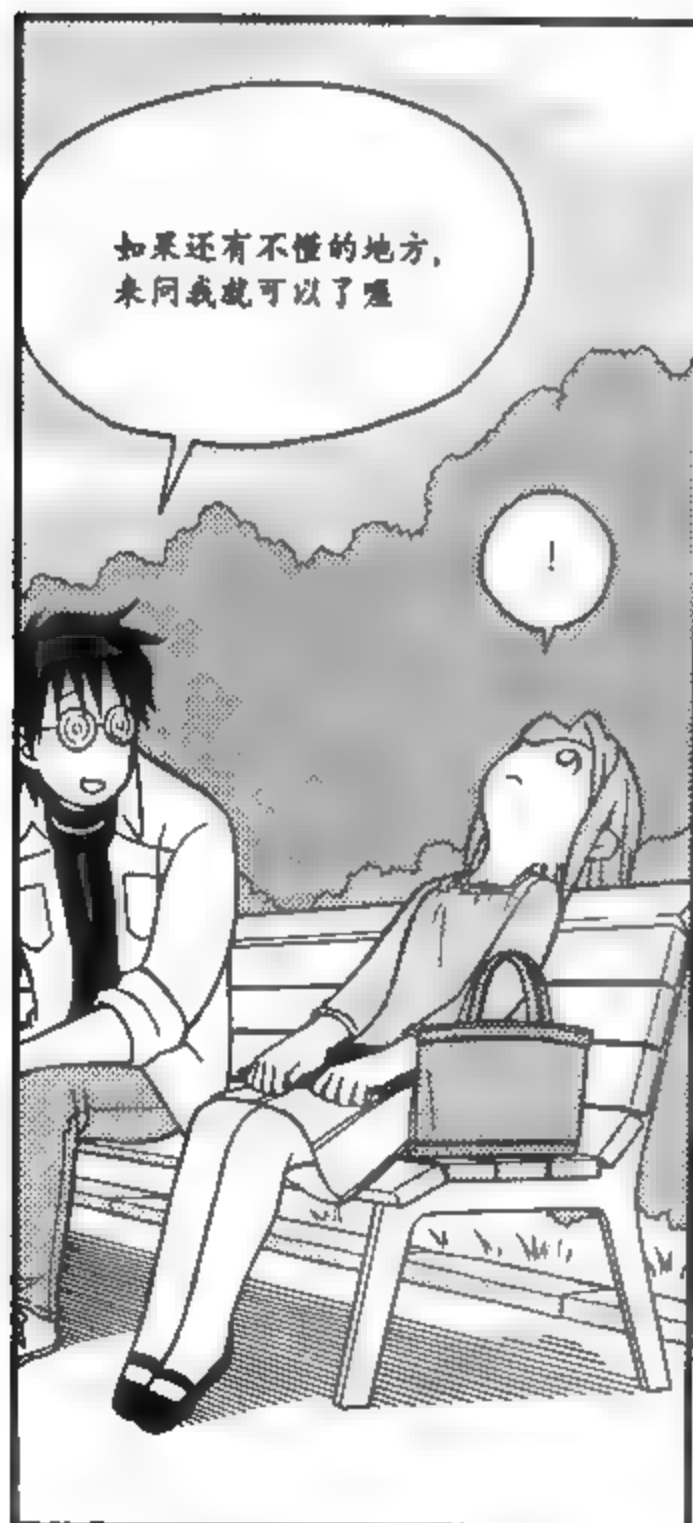
$$\sqrt{\frac{\chi_0^2}{\text{数据个数} \times (\min\{\text{交叉资料表的行数, 交叉资料表的列数}\} - 1)}}$$

此外， $\min\{a, b\}$  为表示  $a$  和  $b$  中较小的值之记号。

$$\sqrt{\frac{8\,0091}{300 \times (\min\{2, 3\} - 1)}} = \sqrt{\frac{8\,0091}{300 \times (2 - 1)}} = \sqrt{\frac{8\,0091}{300}} = 0.1634$$

因此，克萊姆相關系數的值  
為0.1634。





先前谈过的，克莱姆相关系数的值介于0和1之间，两个变量的关联性越强，则此值就会越接近1，反之，则会越接近0。详细情形请参照下面的交叉资料表（行%）。



“性别”和“希望的表白方式”的交叉资料表  
（克莱姆相关系数为1）

|     |    | 希望的表白方式 |     |      | 合 计 |
|-----|----|---------|-----|------|-----|
|     |    | 打电话     | 发短信 | 直接见面 |     |
| 性 别 | 女性 | 17      | 83  | 0    | 100 |
|     | 男性 | 0       | 0   | 100  | 100 |

克莱姆相关系数的值为1  $\longleftrightarrow$  女性和男性的喜好完全不同

“性别”和“希望的表白方式”的交叉资料表  
（克莱姆相关系数为0）

|     |    | 希望的表白方式 |     |      | 合 计 |
|-----|----|---------|-----|------|-----|
|     |    | 打电话     | 发短信 | 直接见面 |     |
| 性 别 | 女性 | 17      | 48  | 35   | 100 |
|     | 男性 | 17      | 48  | 35   | 100 |

克莱姆相关系数的值为0  $\longleftrightarrow$  女性和男性的喜好完全相同



“若克莱姆相关系数的值在XX以上，则可说两个变量的关联性较强”，在统计学上并不存在这个基准。请参考下面为克莱姆相关系数的值之意义。

克莱姆相关系数的值之意义

| 克莱姆相关系数的值  |   | 若细分……  | 若大略上划分…… |
|------------|---|--------|----------|
| 1.0 ~ 0.8  | ⇒ | 相关性非常强 | 相关       |
| 0.8 ~ 0.5  | ⇒ | 相关性有点强 |          |
| 0.5 ~ 0.25 | ⇒ | 相关性有点弱 |          |
| 未滿0.25     | ⇒ | 相关性非常弱 | 不相关      |

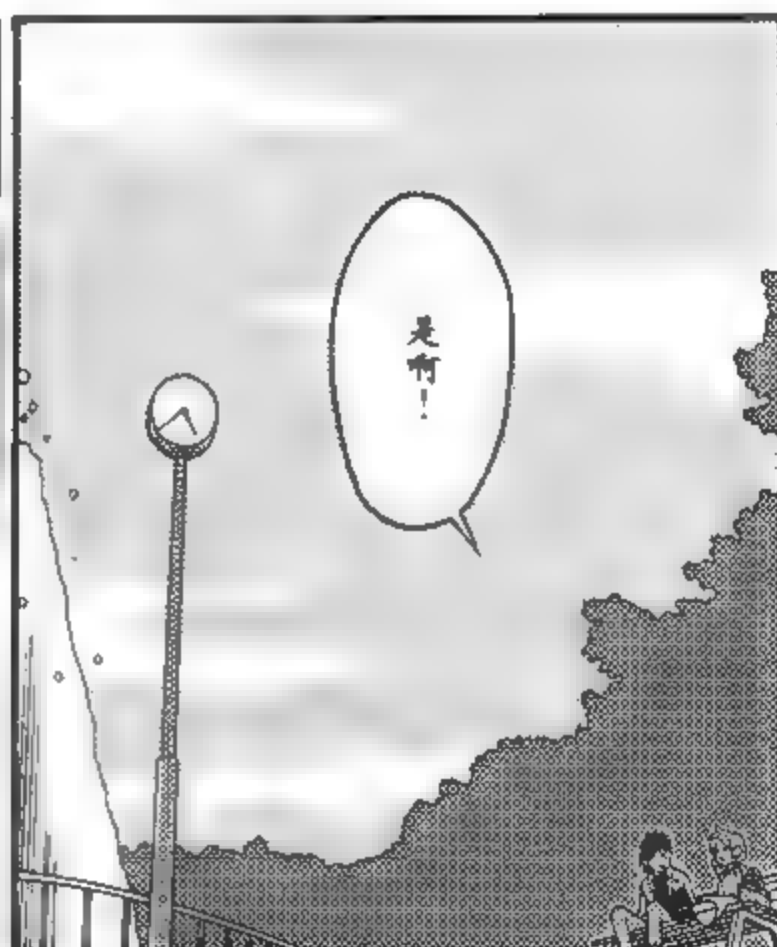
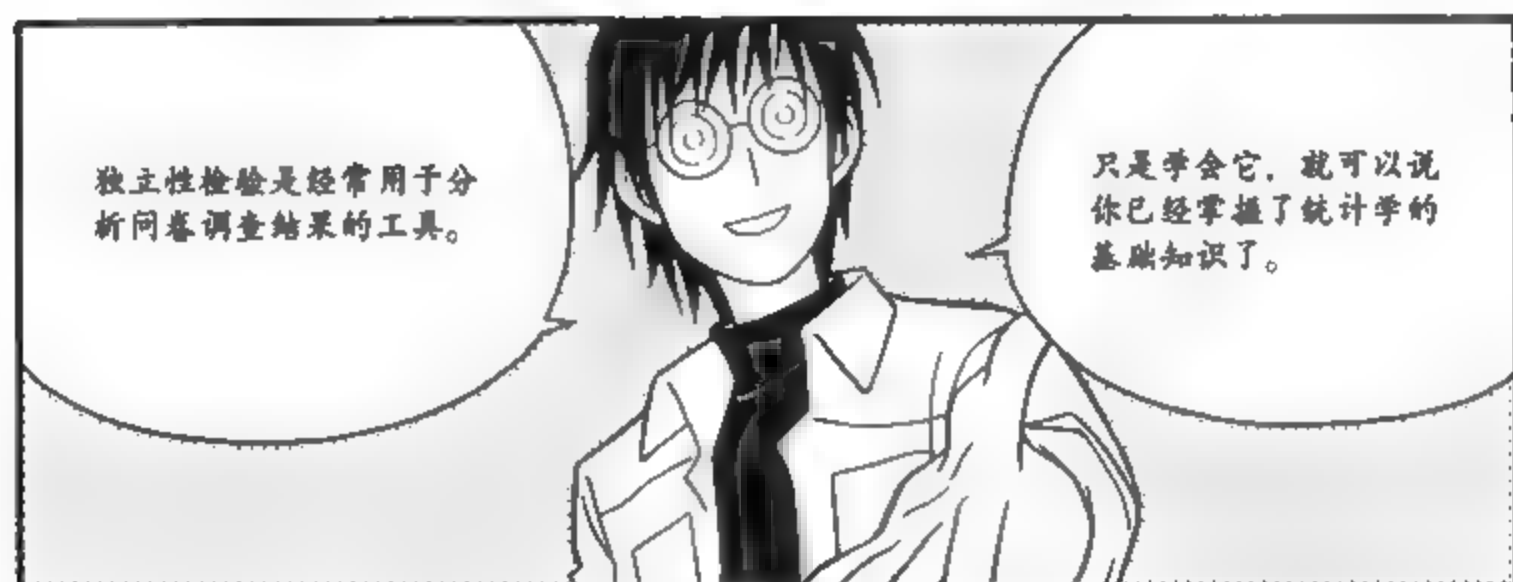
由此可见，我们举的例子中的两个变量的相关性非常强。

原来如此！



那么，今天的课程就到此为止吧！

好的。



1. 独立性检验: Test of Independence.

# 例题

经营家庭餐馆的A公司，最近经营状况并不太好。因此必须用心倾听顾客的声音，所以针对“居住在日本的20岁以上居民”以随机抽样进行问卷调查。结果如下表所示。

|        | ... | 你在家庭餐馆常点哪类料理？ | ... | 若附免费的餐后饮料，咖啡和红茶哪一种比较好？ | ... |
|--------|-----|---------------|-----|------------------------|-----|
| 回答者1   | ... | 中式料理          | ... | 咖啡                     | ... |
| 回答者2   | ... | 西式料理          | ... | 咖啡                     | ... |
| ⋮      | ... | ⋮             | ... | ⋮                      | ... |
| 回答者250 | ... | 日式料理          | ... | 红茶                     | ... |

用上表做成的交叉资料表如下所示。

|         |      | 咖啡和红茶哪一种比较好？ |     | 合 计 |
|---------|------|--------------|-----|-----|
|         |      | 咖啡           | 红茶  |     |
| 常点的料理种类 | 日式料理 | 43           | 33  | 76  |
|         | 西式料理 | 51           | 53  | 104 |
|         | 中式料理 | 29           | 41  | 70  |
| 合 计     |      | 123          | 127 | 250 |

请求出“在家庭餐馆常点的料理种类是？”和“若附免费的餐后饮料，咖啡和红茶哪一种比较好？”的克莱姆相关系数值。

## 解答

### 步骤1

准备交叉资料表。

|             |      | 咖啡和红茶哪一种比较好? |     | 合 计 |
|-------------|------|--------------|-----|-----|
|             |      | 咖啡           | 红茶  |     |
| 常点的料理<br>种类 | 日式料理 | 43           | 33  | 76  |
|             | 西式料理 | 51           | 53  | 104 |
|             | 中式料理 | 29           | 41  | 70  |
| 合 计         |      | 123          | 127 | 250 |

### 步骤2

求出期望次数。

|             |      | 咖啡和红茶哪一种比较好?                 |                              | 合 计 |
|-------------|------|------------------------------|------------------------------|-----|
|             |      | 咖啡                           | 红茶                           |     |
| 常点的料理<br>种类 | 日式料理 | $\frac{76 \times 123}{250}$  | $\frac{76 \times 127}{250}$  | 76  |
|             | 西式料理 | $\frac{104 \times 123}{250}$ | $\frac{104 \times 127}{250}$ | 104 |
|             | 中式料理 | $\frac{70 \times 123}{250}$  | $\frac{70 \times 127}{250}$  | 70  |
| 合 计         |      | 123                          | 127                          | 250 |



### 步骤3

计算出各个表格里的  $\frac{(\text{观测次数}-\text{期望次数})^2}{\text{期望次数}}$ 。

|             |          | 咖啡和红茶哪一种比较好                                    |                                                | 合 计 |
|-------------|----------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|-----|
|             |          | 咖 啡                                            | 红 茶                                            |     |
| 常点的<br>料理种类 | 日式<br>料理 | $\left(43-\frac{76 \times 123}{250}\right)^2$  | $\left(33-\frac{76 \times 127}{250}\right)^2$  | 76  |
|             |          | $\frac{76 \times 123}{250}$                    | $\frac{76 \times 127}{250}$                    |     |
|             | 西式<br>料理 | $\left(51-\frac{104 \times 123}{250}\right)^2$ | $\left(53-\frac{104 \times 127}{250}\right)^2$ | 104 |
|             |          | $\frac{104 \times 123}{250}$                   | $\frac{104 \times 127}{250}$                   |     |
|             | 中式<br>料理 | $\left(29-\frac{70 \times 123}{250}\right)^2$  | $\left(41-\frac{70 \times 127}{250}\right)^2$  | 70  |
|             |          | $\frac{70 \times 123}{250}$                    | $\frac{70 \times 127}{250}$                    |     |
| 合 计         |          | 123                                            | 127                                            | 250 |

#### 步骤4

求出步骤3的表中粗框内的值之总和，意即皮尔森的卡方统计量  $\chi_0^2$  之值。

$$\begin{aligned}\chi_0^2 = & \frac{\left(43 - \frac{76 \times 123}{250}\right)^2}{\frac{76 \times 123}{250}} + \frac{\left(33 - \frac{76 \times 127}{250}\right)^2}{\frac{76 \times 127}{250}} \\ & + \frac{\left(51 - \frac{104 \times 123}{250}\right)^2}{\frac{104 \times 123}{250}} + \frac{\left(53 - \frac{104 \times 127}{250}\right)^2}{\frac{104 \times 127}{250}} \\ & + \frac{\left(29 - \frac{70 \times 123}{250}\right)^2}{\frac{70 \times 123}{250}} + \frac{\left(41 - \frac{70 \times 127}{250}\right)^2}{\frac{70 \times 127}{250}} \\ = & 3.3483\end{aligned}$$

#### 步骤5

求出克萊姆相关系数的值，即

$$\sqrt{\frac{\chi_0^2}{\text{数据个数} \times (\min\{\text{交叉资料表的行数}, \text{交叉资料表的列数}\} - 1)}}$$

$$\sqrt{\frac{3.3483}{250 \times (\min\{3, 2\} - 1)}} = \sqrt{\frac{3.3483}{250 \times (2 - 1)}} = \sqrt{\frac{3.3483}{250}} = 0.1157$$

## 总整理

- 相关系数为表示数值数据和数值数据的关联程度之指标。
- 相关比为表示数值数据和分类数据的关联程度之指标。
- 克莱姆相关系数（也可称作克莱姆关联系数或克莱姆V）为表示分类数据和分类数据的相关程度之指标。
- 相关系数、相关比和克莱姆相关系数的特征如下表所示。

|         | 最小值 | 最大值 | 两变量完全不相关时的值 | 两变量相关性最强时的值 |
|---------|-----|-----|-------------|-------------|
| 相关系数    | -1  | 1   | 0           | -1或1        |
| 相关比     | 0   | 1   | 0           | 1           |
| 克莱姆相关系数 | 0   | 1   | 0           | 1           |

- 相关系数、相关比和克莱姆相关系数中，在统计学上，并无“其值若在XX以上时，则两变量的关联性较强”的标准。

## ◆ 第7章 ◆

# 深入理解独立性检验



✿ 1. 什么是检验 ✿

嗯，今天的课程是……

拍照镜

喂！你也稍微注意我一下嘛！！

哈哈，真抱歉。这是上次提过的新校服吗？

嗯！虽然还只是样品，我可是特地穿上给你看的喔！

非常适合你哦！

谢谢！

对了！今天的主题是什么？

嗯。  
上次的课程中，我们学习了  
克莱姆相关系数，对吧！

征询300名高中生  
你希望对方用什么  
样的方式向你表白？

表白的话题嘛。

那个例子的克莱姆相关系数值  
是0.1634。

结论是——“相关性非常弱”。

是呀。

那么，请你  
仔细想想。


那份问卷调查是从“居住在日本的  
全体高中生”中随机抽样的结果，

只不过是300人的资料  
所得的推论结果。

如果再抽样调查另外的  
300人，

克莱姆相关系数的值  
应该绝对不会是0.1634  
吧！

这么说来，的确是  
这样——




你认为原始的总体——  
“居住在日本的全体高中生”的克萊姆相关系数是  
多少呢？

嗯……  
不晓得耶！

没错。如果没有收集到“居住  
在日本的全体高中生”的资料  
的话，

很抱歉！  
任何人都无从得知。

是呀。



不仅限于那个例子，一般而  
言，我们是不可能知道总体的  
克萊姆相关系数的值。



因此，我们  
只能……

对于总体的克  
莱姆相关系数  
做出

“因为从随机抽出300人的资料  
中，所推论的克莱姆相关系数  
为0.1634，

所以总体的克莱姆相关  
系数大约为这个数值。



相当的模糊  
啊……



不过利用统计学，  
或许可以做些什  
么吧？

灵机一动



不！即使运用统计学，很  
可惜地，我们还是无法严  
谨地得知克莱姆相关系数  
的值。

啊，是这样吗？





# 光芒四射

但是，“总体的克莱姆相关系数的值——

究竟是否为0”，是可以知道的！

这很厉害吗？

那当然啦！  
因为可以得到客观的  
总体信息呀！

那么，该怎么做呢？

只要使用之前提过的  
名为“独立性检验”的  
分析方法即可。

是类似英检的  
东西吗？

哈哈……  
不！  
完全不同哦！

独立性检验是统计学上  
总称为“检验”的分析方  
法之一。

## 独立性检验 检验

首先就什么是“检验”  
做一下说明吧！

无相关检验

相关比检验 总体平均数差 总体比例

好的。

所谓的“检验”指的是，从样本的资料推测分析者对于总体，

所设立是否正确的分析方法！

“检验”这个名词，正确说来，应该称为“统计的假说检验”。



啊！  
毛衣对这个调的意味比较清楚。



“检验”有许多种类哦！

## “检验”的实例

| 名 称      | 可使用的情况之实例                                                                       |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------|
| 独立性检验    | 推测总体中，“性别”和“希望的表白方式”的克莱姆相关系数之值是否为0。                                             |
| 相关比检验    | 推测总体中，“喜欢的服装品牌”和“年龄”的相关比之值是否为0。                                                 |
| 无相关检验    | 推测总体中，“1个月使用的化妆品费用”和“1个月使用的置装费”的相关系数之值是否为0。                                     |
| 总体平均数差检验 | 推测东京都的女高中生和大阪府的女高中生“每月的零花钱”是否不同。<br><small>※注意，这个例子中设定了两个总体。</small>            |
| 总体比例差检验  | 推测居住于都市的有投票权者和居住于农村的有投票权者中，对“××内阁的支持率”是否不同。<br><small>※注意，这个例子中设定了两个总体。</small> |



### “检验”的程序

|       |                                                      |
|-------|------------------------------------------------------|
| 【步骤1】 | 定义总体。                                                |
| 【步骤2】 | 建立虚无假说 <sup>1</sup> 和对立假说 <sup>2</sup> 。             |
| 【步骤3】 | 选择要进行的“检验”种类                                         |
| 【步骤4】 | 决定置信水平 <sup>3</sup> 。                                |
| 【步骤5】 | 从样本资料求出检验统计量的值。                                      |
| 【步骤6】 | 调查【步骤5】所求出的检验统计量值，是否在拒绝域 <sup>4</sup> 之中。            |
| 【步骤7】 | 若【步骤6】的检验统计量在拒绝域之中，则结论为“对立假说正确”。反之，则结论为“无法判定虚无假说为误”。 |



1 虚无假说: Null Hypothesis. 2. 对立假说: Alternative Hypothesis. 3 置信水平: Confidence level. 4. 拒绝域: Rejection Region.

## ✿ 2. 独立性检验 ✿

那么，现在开始讲今天的主题“独立性检验”。



所谓的“独立性检验”指的是，推测“总体的克莱姆相关系数的值究竟是否为0”的分析方法。

了解。

换句话说，就是推测“交叉资料表中的两变量是否相关”的分析方法。

原来如此，那就是问卷调查分析啦！

|    |    | 希望的表白方式 |     |     | 合计  |
|----|----|---------|-----|-----|-----|
|    |    | 打电话     | 发短信 | 当面  |     |
| 性别 | 女性 | 34      | 61  | 53  | 148 |
|    | 男性 | 38      | 40  | 74  | 152 |
| 合计 |    | 72      | 101 | 127 |     |

独立性检验也可称为“卡方检验”哦！

又来了！  
真麻烦！

## 解说 皮尔森卡方统计量 $\chi_0^2$ 和卡方分布



在开始解说独立性检验的实例前，先为各位解说独立性检验基础的重要事实。虽然现实中是不可能成立的，但我们假设以下的实验已经完成。

### 步骤1

从总体“居住在日本的全体高中生”中随机抽取300人。



### 步骤2:

对步骤1中抽出的300人进行127页的问卷调查，以求出皮尔森卡方统计量 $\chi_0^2$ 。

### 步骤3:

将随机抽出的300人送回总体。

### 步骤4:

持续重复步骤1~3。

如此一来，若做为总体的“居住在日本的全体高中生”中，其克莱姆相关系数为0，则实验中皮尔森卡方统计量 $\chi_0^2$ 之图形为自由度为2的卡方分布<sup>2</sup>。换句话说，若做为总体的“居住在日本的全体高中生”中，克莱姆相关系数为0，则“实验中的皮尔森卡方统计量 $\chi_0^2$ ”服从自由度为2的卡方分布。

1 皮尔森的卡方统计量 $\chi_0^2$ 的算法，请参照130~133页。

2 自由度为2的卡方分布，请参照100页。

试着进行实际实验。请注意，在实验进行时，我们设定了以下的限制条件。



- 由于真正以“居住在日本的全体高中生”为对象的实验是不可能实现的，因此将表7.1中记载的1万人的集合，解释为“居住在日本的全体高中生”。
- 将“居住在日本的全体高中生”中的克莱姆相关系数设为0。意即，女性和男性在“想在电话中表白：想在短信中表白：想当面表白”的比例是相等的（请参照135页）。实际将表7.1的交叉资料表做成表7.2。
- 由于实验永无止境，因此重复步骤1~3的步骤20000次后就结束。

◆表7.1 希望的表白方式（居住在日本的全体高中生）

|       | 性别 | 希望的表白方式 |
|-------|----|---------|
| 1     | 女  | 当面      |
| 2     | 女  | 打电话     |
| ⋮     | ⋮  | ⋮       |
| 10000 | 男  | 发短信     |

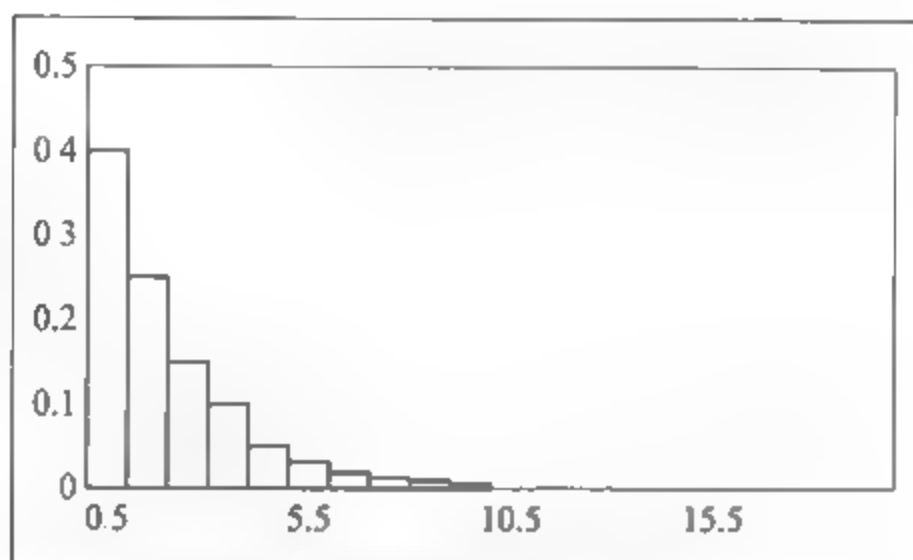
◆表7.2 “性别”和“希望的表白方式”之交叉资料表

|     |    | 希望的表白方式 |      |      | 合 计   |
|-----|----|---------|------|------|-------|
|     |    | 打电话     | 发短信  | 当面   |       |
| 性 别 | 女性 | 400     | 1600 | 2000 | 4000  |
|     | 男性 | 600     | 2400 | 3000 | 6000  |
| 合 计 |    | 1000    | 4000 | 5000 | 10000 |

实验结果如表7.3。图7.1是以表7.3为基准所绘出的直方图。

◆表7.3 实验结果

|         | 皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ |
|---------|-------------------|
| 第1次     | 0.8598            |
| 第2次     | 0.7557            |
| ⋮       | ⋮                 |
| 第20000次 | 2.7953            |



◆图7.1 以表7.3为基准之直方图（组距为1）

图7.1确实和100页的“自由度为2”时的图形非常相似。看来“皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ ”确实服从自由度为2的卡方分布。

虽然实验将就此结束了，但有一点必须注意。即，自由度的是由

$$(2-1) \times (3-1) = 1 \times 2 = 2$$

$\uparrow$                        $\uparrow$   
 “女性” “男性” “打电话” “发短信” “当面”  
 共两种时为2                      共 3种时为3

而来的。至于为何用这样不可思议的计算方式，由于这已经超出本书的讨论范围，因此就先略过。即使不了解这个计算方法的来龙去脉，在实务上并不会造成任何影响，所以请各位放心。



“居住在日本的全体高中生”的克萊姆  
相关系数的值为0 ...

意即“性别”和“希望的表白方式”并无  
关联。

女性和男性当中，喜欢的比例是相同！

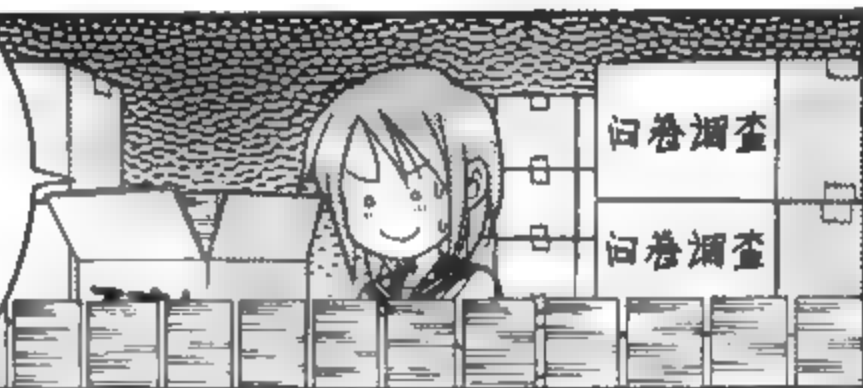
就是这样！



那么，从“居住在日本的全体高中生”中  
选出300人进行问卷调查...



做了一次又一次……又一次！



求出皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ 后  
.....

算出各数值的  $\frac{(\text{实测次数} - \text{期望次数})^2}{\text{期望次数}}$  之综合



这个图形就是自由度为2时的卡  
方分布呀！



终于做出来了……





## 例题

凛凛出版社将“询问300名高中生！你希望对方用什么样的方式向你表白？”的报道刊载于女性杂志“P-girls”中。凛凛出版社从“居住在日本的全体高中生”中，随机抽出300人，进行了问卷调查。其结果如下表所示。

|        | 希望的表白方式 | 年龄 | 性别 |
|--------|---------|----|----|
| 回答者1   | 当面      | 17 | 女  |
| 回答者2   | 打电话     | 15 | 女  |
| ⋮      | ⋮       | ⋮  | ⋮  |
| 回答者300 | 发短信     | 18 | 男  |

然后，“性别”和“希望的表白方式”之交叉资料表如下。

|        |    | 希望的表白方式 |     |     | 合 计 |
|--------|----|---------|-----|-----|-----|
|        |    | 打电话     | 发短信 | 当面  |     |
| 性<br>别 | 女性 | 34      | 61  | 53  | 148 |
|        | 男性 | 38      | 40  | 74  | 152 |
| 合 计    |    | 72      | 101 | 127 | 300 |

总体“居住在日本的全体高中生”中，“性别”和“希望的表白方式”的克莱姆相关系数的值是否大于0，也就是“性别”和“希望的表白方式”是否有关联，请利用独立性检验来推测。此外，我们将置信水平（待后说明）设为0.05。



## 思考

如同152~154页中的解说，若总体“居住在日本的全体高中生”中的克莱姆相关系数为0，则“皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ ”是服从自由度为2的卡方分布。因此，若总体“居住在日本的全体高中生”中的克莱姆相关系数的值为0，则由随机抽出的300人的资料所求出的 $\chi^2$ 若为5.9915以上的机率，则能从103页的卡方分布表中清楚得知，其值为0.05。

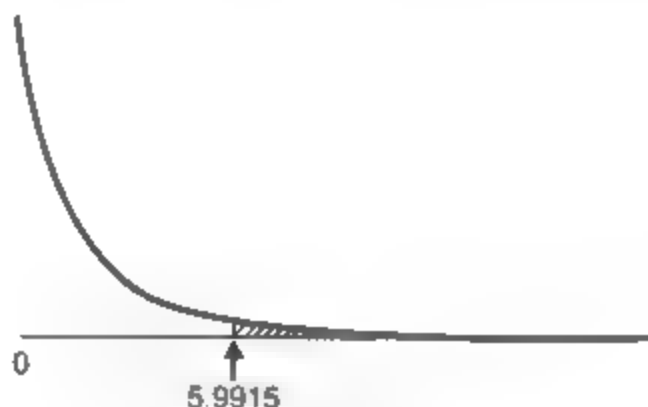


图7.2  $\chi^2$  为5.9915以上的机率

本例题的 $\chi^2$ 在132页就已计算完毕，其值为8.0091。怎么会这样呢？虽然是由随机抽出300人的资料所求出的值，看起来似乎还是太高了吧！若以132页的评论为基础来思考，总体“居住在日本的全体高中生”的克莱姆相关系数的值大于0的想法，是不是就很自然呢？

不仅限于这个例题，在说明独立性检验时，我会以

- ① 暂且解释为“总体的克莱姆相关系数的值为0”
  - ② 由样本的资料求出 $\chi^2$
  - ③ 若 $\chi^2$ 过大，则结论为“总体的克莱姆相关系数的值大于0”
- 这样的流程进行说明，请先记下来。

接下来，将为前一段落的③做补充。

$\chi^2_0$  越大，则下图斜线部分的机率理应越小。



图7.3 对应  $\chi^2_0$  的机率

独立性检验中，若上图斜线部分的机率在名为置信水平的值以下，则可做“总体的克莱姆相关系数的值大于0”的结论。置信水平一般设为0.05或0.01，采用何者则完全取决于分析者的判断。

现在假设采用0.05的置信水平。实际上，所谓的置信水平就是指下图斜线部分的机率。

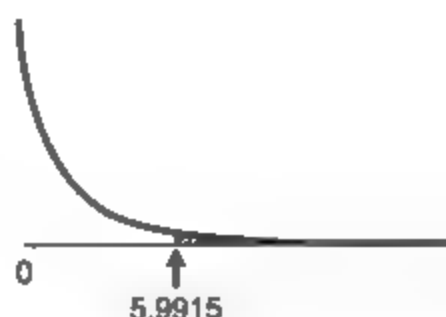


图7.4 再现图7.2 (=  $\chi^2$  在5.9915以上的机率)

此外，下图的范围称为拒绝域。

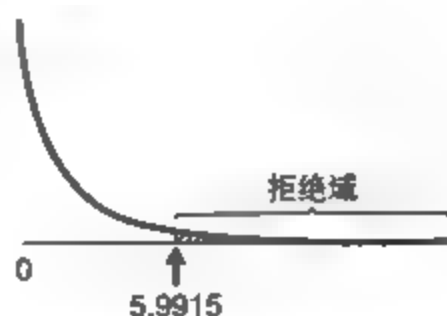


图7.5 (置信水平0.05时) 拒绝域

## ！ 解答

### 步骤1

定义总体。

总体



由于本例题中的总体一开始就定义为“居住在日本的全体高中生”。因此在本例题中，步骤1当然是不需要的。

举例来说，149页的表“总体比例差检验”中，设定“居住在都市的有选举权者”和“居住在农村的有选举权者”为总体。那么，“都市”具体上到底指哪里呢？“东京都和大阪府”吗？“各都道府县的地方政府所在地”吗？这是由分析者所决定。没错，实际上执行“检验”时，总体必须由分析者自行定义。

无论是何种“检验”，若没有清楚地定义总体，则易陷于“奇怪！我当初到底想推测什么？”的状况之中。陷于这种状况的分析者并不在少数。请各位务必特别注意这一点。

## 步骤2

建立虚无假说和对立假说。

虚无假说为

总体的克莱姆相关系数的值为0  
= “性别”和“希望的表白方式”不相关。

对立假说为

总体的克莱姆相关系数的值大于0=  
“性别”和“希望的表白方式”相关。



关于虚无假说和对立假说，随后将进行讲解。

### 步骤3

选择进行的“检验”种类。

进行独立性检验。



本例题原先就设定为进行独立性检验。因此，本例题当然不需要步骤3。实际上，进行“检验”之际，分析者必须选择符合分析目的的“检验”。

## 步骤4

决定置信水平。

设定置信水平为0.05。



本例题原先就设定置信水平为0.05，因此，本例题也不需要步骤4。

实际进行“检验”之际，分析者必须自己决定置信水平。如同先前所述，置信水平一般会设为0.05或0.01。

置信水平通常以“ $\alpha$ ”这个符号来表示。



## 步骤5

从样本资料求出检验统计量的值。

我想做的是独立性检验，因此检验统计量为皮尔森的卡方统计量 $\chi^2$ 。本例题中的 $\chi^2$ 值已在132页计算完毕， $\chi^2=8.0091$ 。



所谓的检验统计量，是指将样本资料转换成1个值的公式。

依所进行“检验”的种类不同，检验统计量也会有所不同。独立性检验的情况，则如同上述，采用 $\chi^2$ ，而无相关检验（请参照149页）的情况，则采用下述的值。

$$\frac{\text{相关系数}^2 \times \sqrt{\text{数据个数}-2}}{\sqrt{1-\text{相关系数}^2}}$$

## 步骤01

调查步骤5所求出的检验统计量值，是否在拒绝域中。

检验统计量-皮尔森卡方统计量 $\chi^2_0$ 的值为8.0091。

由于置信水平为0.05，因此，拒绝域根据103页的卡方分布表得知，其值为“5.9915以上”。

如下图所示，检验统计量的值在拒绝域之中。



拒绝域依置信水平 $\alpha$ 不同而变化。如果本例题中 $\alpha$ 不是0.05而为0.01时，则拒绝域根据103页的卡方分布表所示，其值为“9.2104以上”。

## 步骤7

若步骤6的检验统计量值在拒绝域之中，则结论为“对立假说正确”。反之，则结论为“无法判定虚无假说为误”。

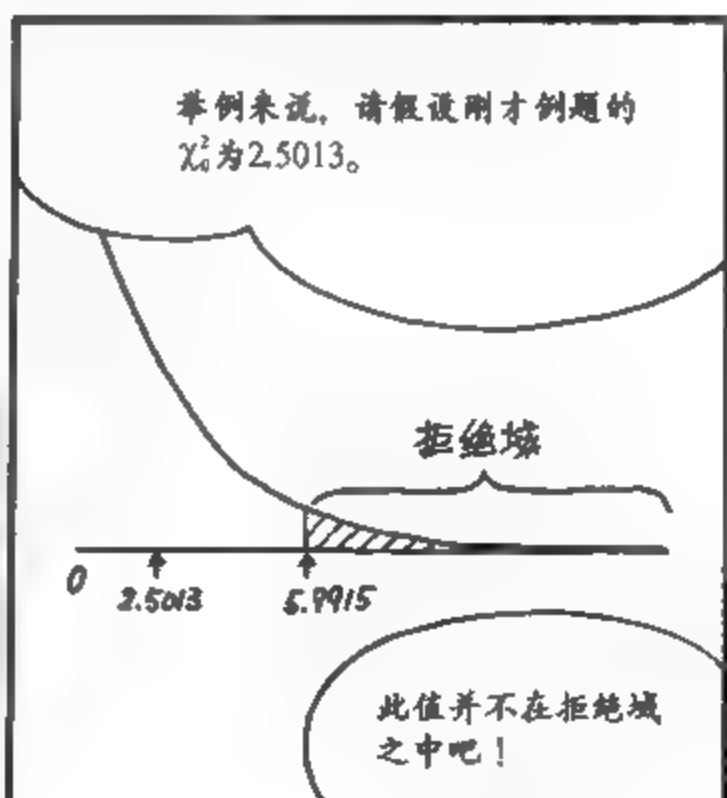
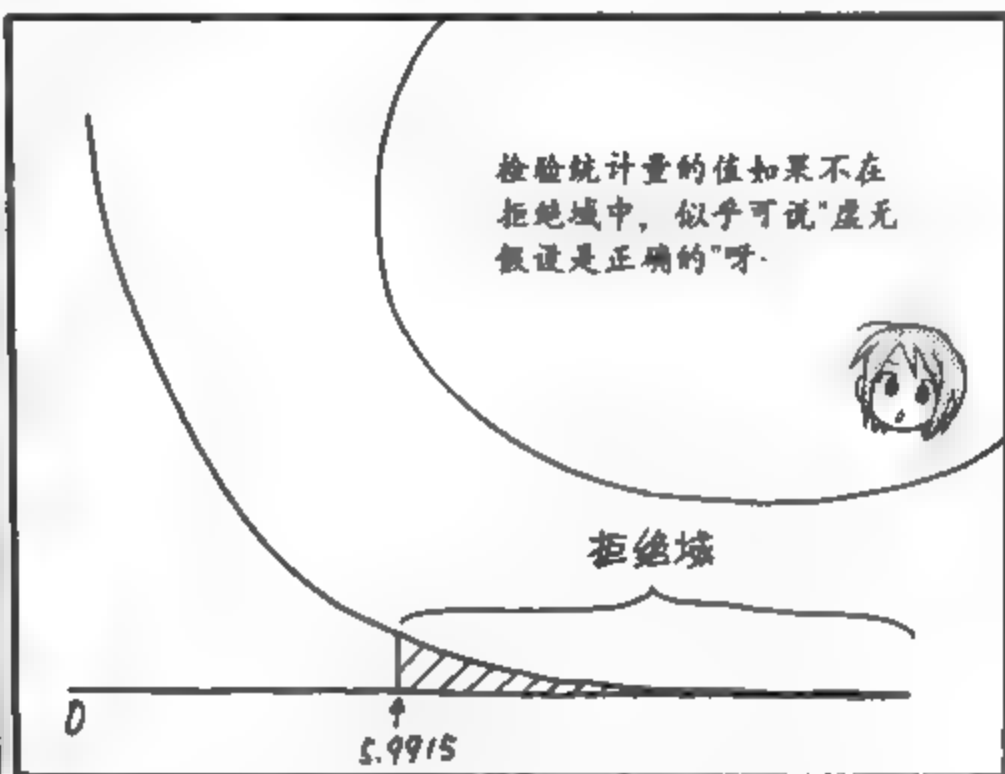
检验统计量的值在拒绝域之中，因此

总体的克莱姆相关系数的值大于0  
= “性别”和“希望的表白方式”有关联。

这样的对立假说为正确！



检验统计量即使在拒绝域中，单以“检验”并无法给出“对立假说‘绝对’正确……但是，只能作虚无假说存在正确的机率。其值最大为 $(\alpha \times 100)\%$ ”的结论。



因此,当然不可以作出“总体的克萊姆相关系数的值大于0”的结论。

然而,却不能断言“总体的克萊姆相关系数为0”。



再来举个更容易理解的例子吧!

假设琉衣想吃的布丁被某人吃掉了。

谁呀!  
是谁这么可恶!?



嫌疑犯由美出现了。



由美,  
太过份了!

只是举例啦!

再设定“检验”的种类和置信水平等细节

|      |        |
|------|--------|
| 虚无假说 | 由美是犯人  |
| 对立假说 | 由美不是犯人 |

咚

以这个假说为对象来进行“检验”。

假设由美具有非常有利的不在场证明。

那个时候，



我去补习班了。

如果真是这样，就没有余地反驳“由美不是犯人”的结论。

我先走一步。

对不起



警察

是呀……

那么，假设由美只能  
举出令人怀疑的不在  
场证明。

那个时候我在附近  
散步



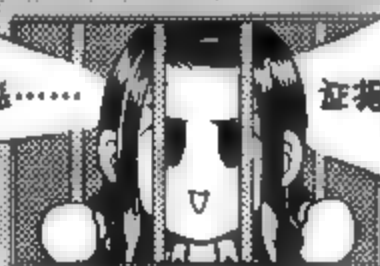
太可疑  
了……

若为如此，则当然无  
法做出“由美不是犯人”  
的结论。

然而，也不能因此就断  
定“由美就是犯人”。

拜托……

证据呢？



原来如此……

就是这么一回事。  
那么就继续接下来  
的课程吧！



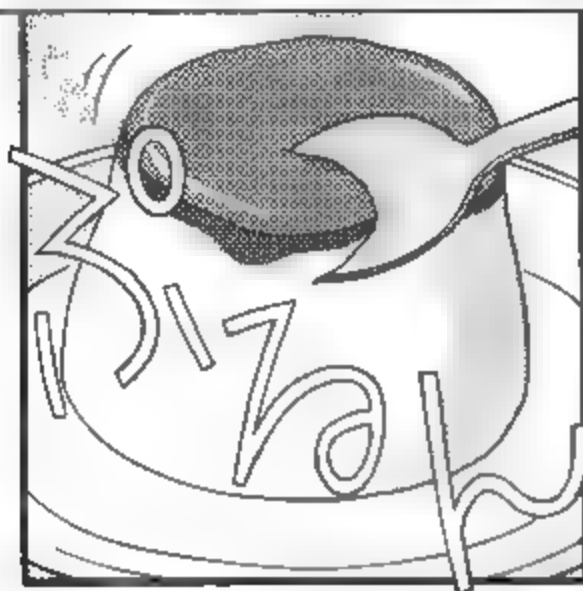
对了

等我一下！



？

### ✿ 3. 虚无假说和对立假说 ✿

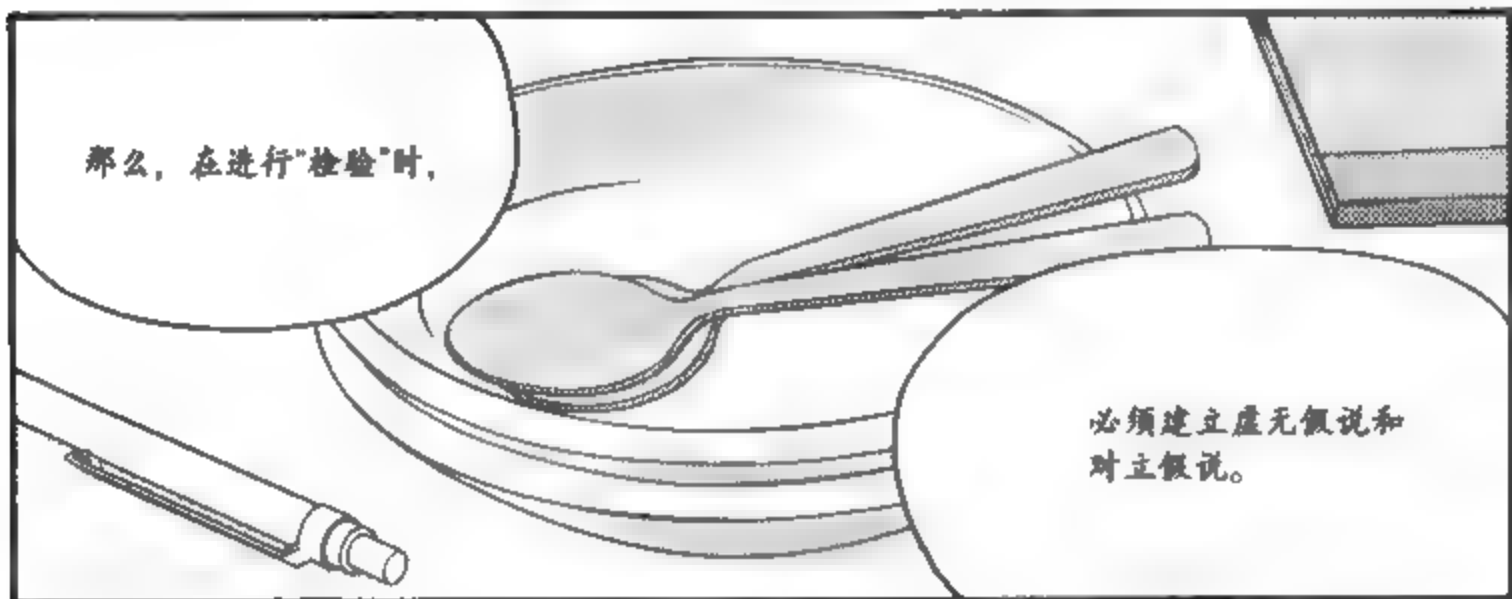


多亏了你，让我想起冰箱里还有布丁。



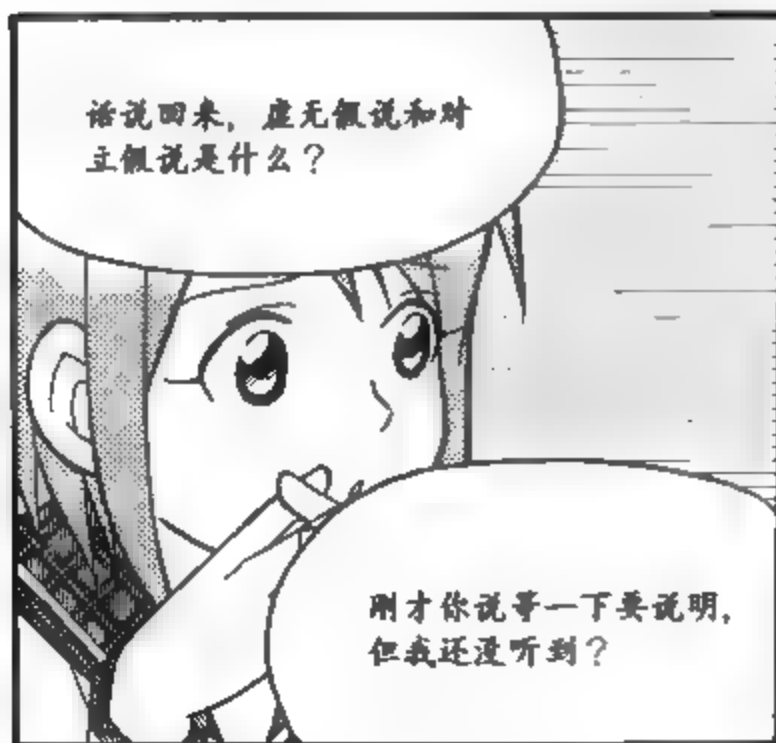
没有被偷走真是太好了。

那么，在进行“检验”时，



必须建立虚无假说和对立假说。

话说回来，虚无假说和对立假说是什么？



刚才你说等一下要说明，但我还没听到？

其实，很难用三言两语来说明虚无假说和对立假说。



喂？

因此

与其就虚无假说和对立假说是什么作说明，不如解释怎样的假说算是虚无假说和对立假说吧！

太实用了！

## “检验”的实例

| 名 称      | 可使用的情况之实例                                                                      |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------|
| 独立性检验    | 推测总体中，“性别”和“希望的表白方式”的克萊姆相关系数之值是否为0。                                            |
| 相关比检验    | 推测总体中，“喜欢的服装品牌”和“年龄”的相关比之值是否为0。                                                |
| 无相关检验    | 推测总体中，“1个月使用的化妆品费用”和“1个月使用的置装费”的相关系数之值是否为0。                                    |
| 总体平均数差检验 | 推测东京都的女高中生和大阪府的女高中生“每月的零花钱”是否不同。<br><small>※注意 这个例子中设定了两个总体。</small>           |
| 总体比例差检验  | 推测居住于都市的有投票权者和居住于农村的有投票权者中，对“××内阁的支持率”是否不同。<br><small>※注意，这个例子中设定了两个总体</small> |

这是在149页出现过的表格。

就以这张表格的例子来进行说明吧！

好啊。



### ■ 独立性检验

|      |                                 |
|------|---------------------------------|
| 虚无假说 | 总体中“性别”和“希望的表白方式”之克莱姆相关系数的值为0。  |
| 对立假说 | 总体中“性别”和“希望的表白方式”之克莱姆相关系数的值大于0。 |

### ■ 相关比检验

|      |                             |
|------|-----------------------------|
| 虚无假说 | 总体中“喜欢的服装品牌”和“年龄”之相关比的值为0。  |
| 对立假说 | 总体中“喜欢的服装品牌”和“年龄”之相关比的值大于0。 |

### ■ 无相关检验

|      |                                                                                                                                                             |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 虚无假说 | 总体中“1个月使用的化妆品费”和“1个月使用的装置费”之相关系数的值为0。                                                                                                                       |
| 对立假说 | <p>总体中“1个月使用的化妆品费”和“1个月使用的装置费”之相关系数的值不为0。</p> <p>或</p> <p>总体中“1个月使用的化妆品费”和“1个月使用的装置费”之相关系数的值大于0。</p> <p>或</p> <p>总体中“1个月使用的化妆品费”和“1个月使用的装置费”之相关系数的值小于0。</p> |

# ■总体平均数差检验

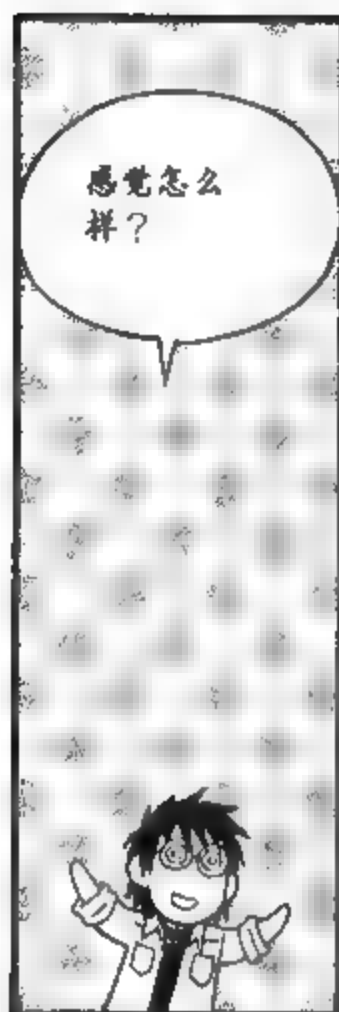
|      |                                                                                                                                       |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 虚无假说 | 东京都的女高中生和大阪府的女高中生的“每个月零用钱”相等。                                                                                                         |
| 对立假说 | <p>东京都的女高中生和大阪府的女高中生的“每个月零用钱”不相等。</p> <p>或</p> <p>比起东京都的女高中生，大阪府的女高中生的“每个月零用钱”较多。</p> <p>或</p> <p>比起东京都的女高中生，大阪府的女高中生的“每个月零用钱”较少。</p> |

# ■总体比例差检验

|      |                                                                                                                                                                   |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 虚无假说 | 居住在都市的有投票权者和居住在农村的有投票权者中，对“XX内阁的支持率”相等。                                                                                                                           |
| 对立假说 | <p>居住在都市的有投票权者和居住在农村的有投票权者中，对“XX内阁的支持率”不相等。</p> <p>或</p> <p>比起居住在都市的有投票权者，居住在农村的有投票权者，对“XX内阁的支持率”较高。</p> <p>或</p> <p>比起居住在都市的有投票权者，居住在农村的有投票权者，对“XX内阁的支持率”较低。</p> |

原来如此！





感觉怎么样？



虚无假说中，被推论为并非“总体的克萊姆相关系数的值越接近于0”，而是“总体中的克萊姆相关系数的值为0”的难以证明的假说，你明白了吗？

嗯！听起来更极端的理论嘛！



因此，虚无假说就是“是！”

“ $XX$ 为相等”的肯定假说；

而对立假说则为“不是 $XX$ ”“ $XX$ 不相等”的否定假说。

你了解了吗？

没错耶！

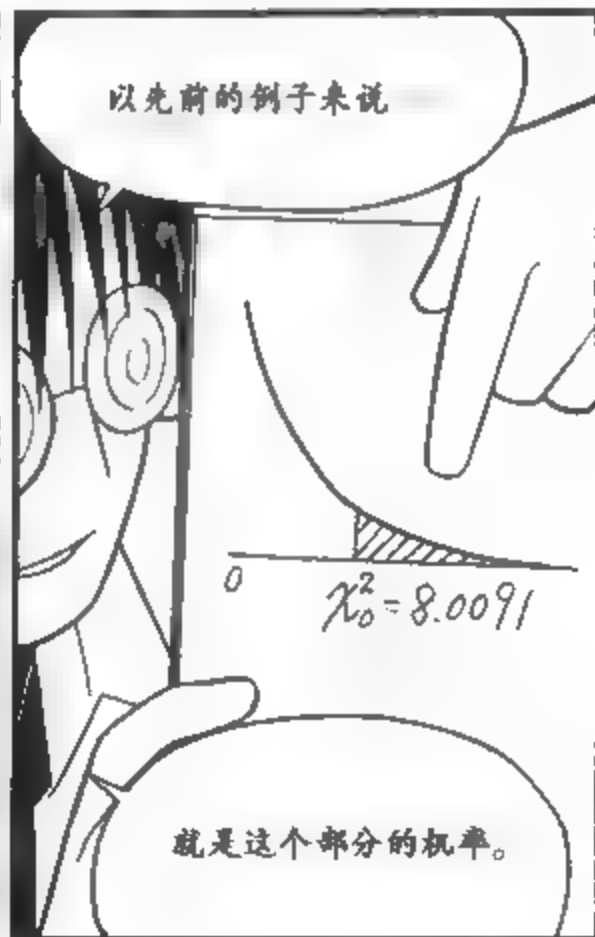


看来难以证明的假说做为虚无假说，而和虚无假说对立的假说则称为对立假说。

嗯！原来如此……

大概有这样的了解就够了。

## 4. P值和“检验”的顺序✿





调查在步骤5所求出的检验统计量值相对应的P值，是否比置信水平小。

置信水平为0.05。

由于检验统计量的皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ 的值为8.0091，因此P值为0.0182。

$0.0182 < 0.05$ 。也就是说，P值比较小。



如同先前所述，虽然依“检验”种类不同，结果也会不同，但是只要使用Excel，仍可以求出P值。

值得庆幸的是，独立性检验的P值可经由Excel来求得。详情请参照208页。

## 步骤7P

在步骤6p所得的P值若小于置信水平，即可作出“对立假说为正确”的结论。反之，则结论为“无法判定虚无假说为误”。

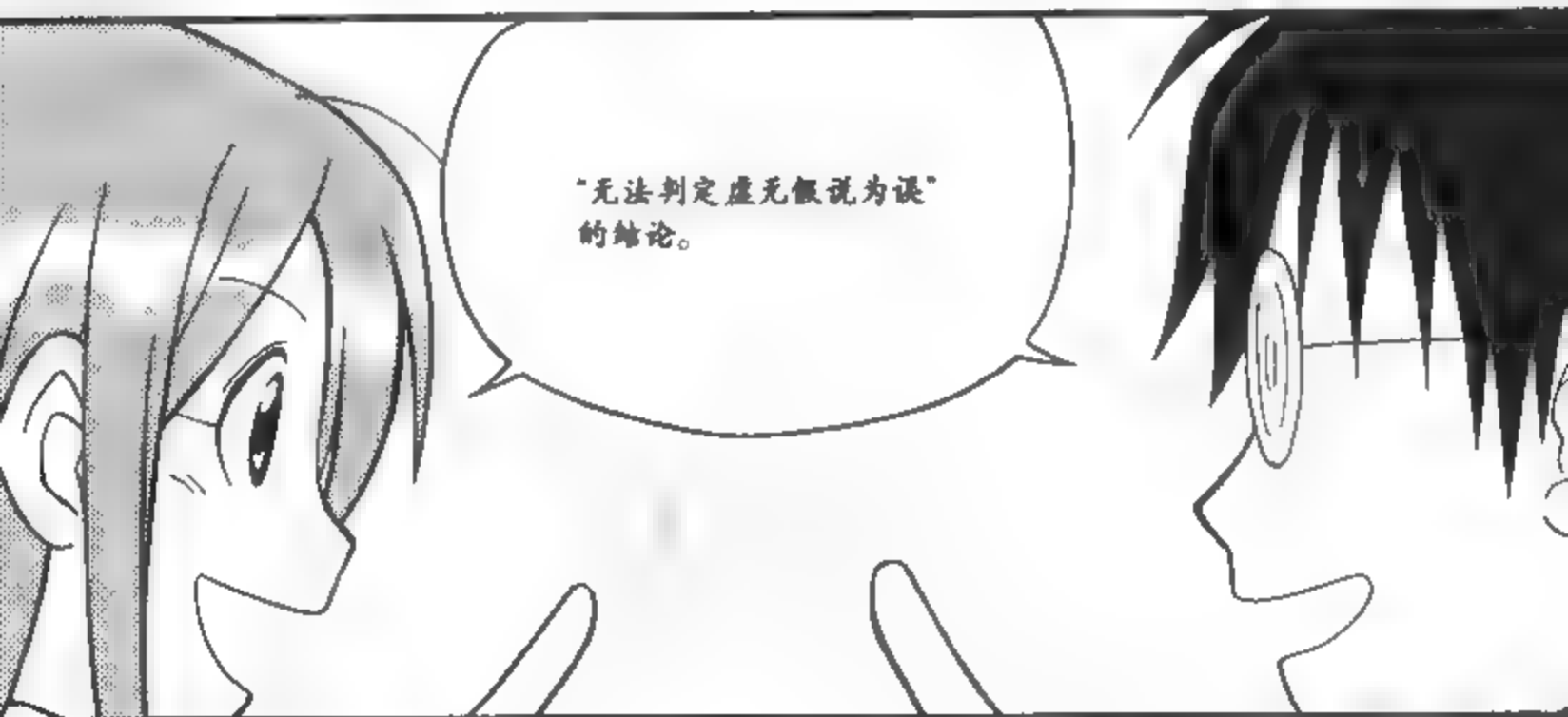
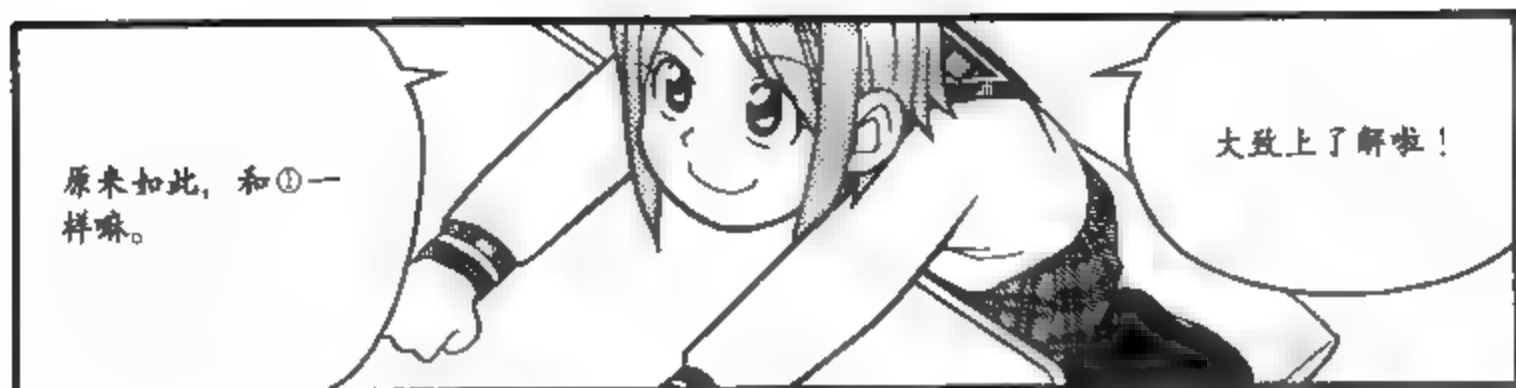
P值小于置信水平。因此

总体的克莱姆相关系数的值大于0  
= “性别”和“希望的表白方式”有关联。

这样的对立假说正确！

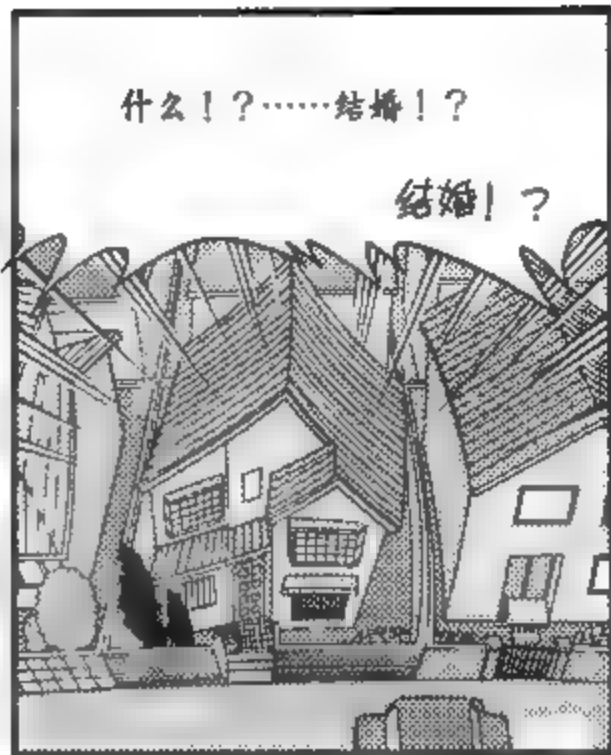
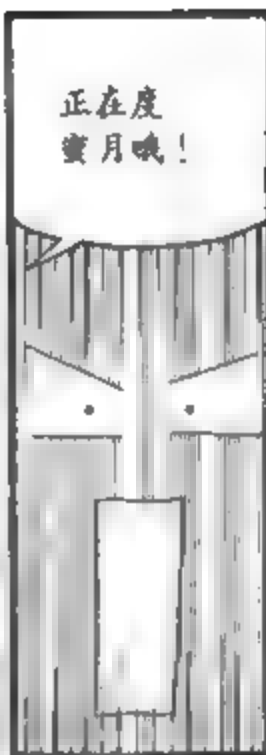


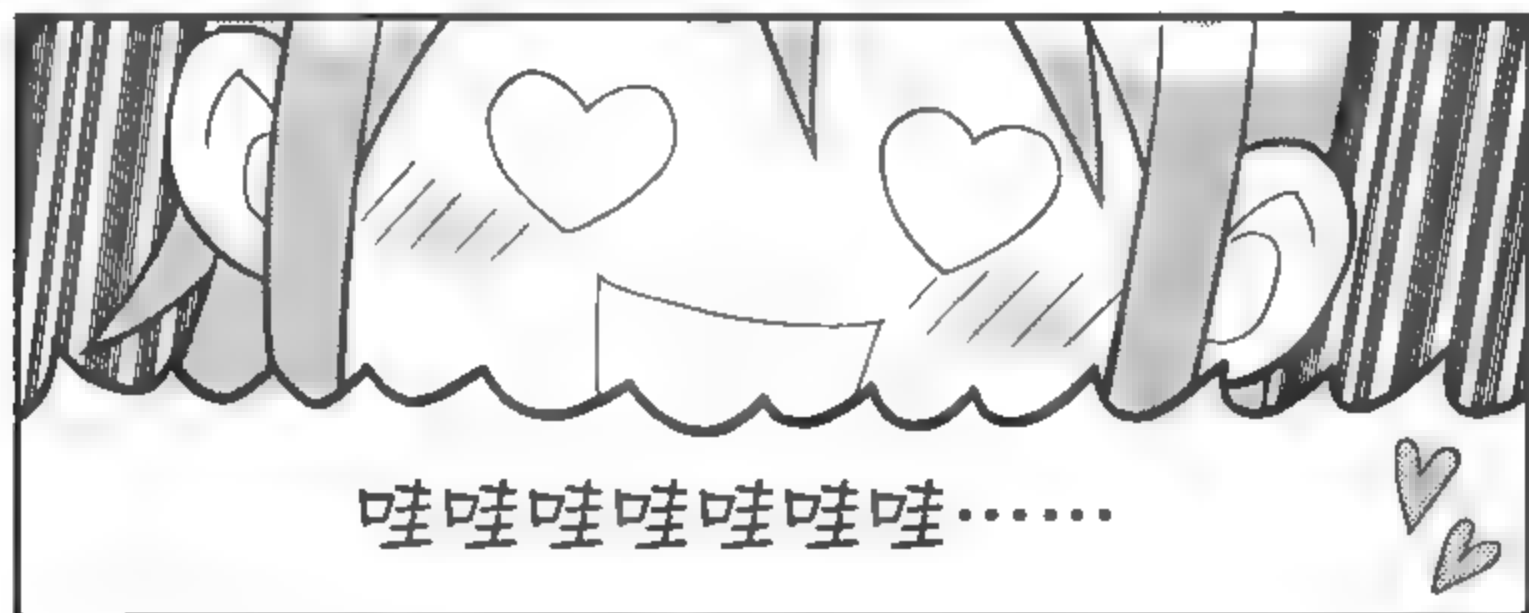
即使P值小于置信水平，以“检验”并无法作出“对立假说‘绝对’正确”的结论。只能作出“虽然想说对立假说‘绝对’正确，但是，只能作虚无假说存在正确的机率为(P值 × 100)%”的结论。











从今以后请教我更多  
知识吧！  
山本老师……

啊？

啊？

咱们两个人的课程还会继续……

嘿嘿？

## ✿ 5. 独立性检验和齐性检验 ✿

齐性检验 (test of homogeneity) 与独立性检验是非常类似的“检验”方法。  
齐性检验的例子如下所示。请一边阅读, 一边思考和独立性检验的差异。

例

“询问300名高中生! 你希望对方用什么样的方式向你表白?”

- 打电话
- 发短信
- 当面

的报道, 凛凛出版社刊载在女性杂志“P-girls”之中, 然而凛凛出版社早已设立下列假说。

### 假说

打电话 : 发短信 : 当面  
的人数比。女高中生和男高中生有所不同。

因此, 为了确定上述的假说是否正确。凛凛出版社从“居住在日本的全体女高中生”和“居住在日本的全体男高中生”中, 各随机抽出一些人进行实际的问卷调查。其结果如下表。

|                       | 希望的告白方法         | 年龄            | 年龄          |
|-----------------------|-----------------|---------------|-------------|
| 回答者1<br>⋮<br>回答者148   | 当面<br>⋮<br>发短信  | 17<br>⋮<br>16 | 女<br>⋮<br>男 |
| 回答者149<br>⋮<br>回答者300 | 打电话<br>⋮<br>发短信 | 15<br>⋮<br>18 | 女<br>⋮<br>男 |

然后“性别”和“希望的表白方式”的交叉资料表如下。

|     |    | 希望的表白方式 |     |     | 合 计 |
|-----|----|---------|-----|-----|-----|
|     |    | 打电话     | 发短信 | 当面  |     |
| 性 别 | 女性 | 34      | 61  | 53  | 148 |
|     | 男性 | 38      | 40  | 74  | 152 |
| 合 计 |    | 72      | 101 | 127 | 300 |

请用齐性检验来推测上述的假说是否正确。而其置信水平设为0.05。



|     |                                                     |                                                                                                                                                                              |
|-----|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 步骤1 | 定义总体。                                               | 假设“居住在日本的全体女高中生”和“居住在日本的全体男高中生”为总体。                                                                                                                                          |
| 步骤2 | 建立虚无假说和对立假说。                                        | 虚无假说为<br>“‘打电话：发短信：当面’的比例，两者相等”。<br>对立假说为<br>“‘打电话：发短信：当面’的比例，两者不相等”。                                                                                                        |
| 步骤3 | 选择要进行的“检验”种类。                                       | 进行齐性检验。                                                                                                                                                                      |
| 步骤4 | 决定置信水平。                                             | 假设置信水平为0.05。                                                                                                                                                                 |
| 步骤5 | 从样本资料求出检验统计量的值。                                     | 本例题中欲进行的是齐性检验。因此检验统计量为皮尔森卡方统计量 $\chi^2_0$ 。本例题中的 $\chi^2_0$ 值已在132页计算完毕。 $\chi^2_0=8.0091$ 。且本例题中，若虚无假说为真，则皮尔森统计量 $\chi^2_0$ 为服从自由度 $(2-1) \times (3-1)=1 \times 2=2$ 的卡方分布。 |
| 步骤6 | 调查在步骤5所求出的检验统计量值，是否在拒绝域之中。                          | 检验统计量 $\chi^2_0$ 的值为8.0091。由于置信水平 $\alpha$ 为0.05，因此根据103页的卡方分布表，拒绝域为“5.9915”以上。检验统计量的值在拒绝域之中。                                                                                |
| 步骤7 | 若步骤6的检验统计量值在拒绝域之中，则结论为“对立假说正确”。反之，则结论为“无法判定虚无假说为误”。 | 检验统计量的值在拒绝域之中。因此对立假说为“‘打电话：发短信：当面’的比例，两者不相等”为正确。                                                                                                                             |

如何？例题和解答都和独立性检验的例子几乎相同。

下面我们来确认独立性检验和齐性检验的相异之处。

相异处有3点。首先，定义的总体不同。前者是“居住在日本的全体高中生”的群总体，后者则是“居住在日本的全体女高中生”和“居住在日本的全体男高中生”的两类总体。此外，假说也不相同。前者是

|      |                                           |
|------|-------------------------------------------|
| 虚无假说 | 总体的克莱姆相关系数的值为0<br>= “性别” 和 “希望的表白方式” 不相关。 |
| 对立假说 | 总体的克莱姆相关系数的值大于0<br>= “性别” 和 “希望的表白方式” 相关。 |

而后者是

|      |                           |
|------|---------------------------|
| 虚无假说 | ( 打电话：发短信：当面 ) 的比例，两者等。   |
| 对立假说 | ( 打电话：发短信：当面 ) 的比例，两者不相等。 |

另外，顺序也不太一样。前者是收集资料后才建立假说，而后者是在收集资料前就先建立假说。

如同前段所说明的，独立性检验和齐性检验有明确的相异点。然而，实际上，通常的情况是，本来想做独立性检验，却误做了齐性检验，或是想要两种都做做看，之所以想进行独立性检验，通常是因为已经进行了齐性检验，或是想进行齐性检验时，通常是因为已经进行了独立性检验。因此，请特别注意。

## ✿ 6. “检验”的结论表现 ✿

到目前为止“检验”中的结论都是以

若检验统计量的值在拒绝域之中，则做出“对立假说为正确”的结论。反之，则作出“无法判定虚无假说为误”的结论。

来表现。但实际上，这样的表现方式并非一般性的。

“检验”的结论的表现形式有很多种，兹总整理于下表。

◆表7.4 “检验”的结论表现

| 检验统计量的值在拒绝域之中                                                                               | 检验统计量的值不在拒绝域之中                                                                                                                                             |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"><li>• 对立假说为正确。</li><li>• 有信心。</li><li>• 放弃虚无假说。</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• 无法判定虚无假说为误。</li><li>• 无信心。</li><li>• 无法放弃虚无假说。</li><li>• 保留虚无假说</li><li>• 无法判定虚无假说为不真。</li><li>• 采纳虚无假说。</li></ul> |

“有信心”“无信心”的表现不是比较易于使用吗？那么，为什么我要故意使用非一般性的表现？真正的理由如下所述。

我想恐怕只是想确认检验统计量的值和P值的大小吧！我已经注意到，学习“检验”的人之中，有些人在完全不了解用途的状况下，就轻易地将“有信心”时常挂在嘴边。这些人完全不了解“有信心”的意义，事实上他们是在未确立虚无假说和对立假说之下，就直接进行“检验”。我认为这些人根本不明白总体的定义。以前我也曾想过：对于才刚开始学统计学的人再怎么吹毛求疵也没用。然而，若对虚无假说和对立假说的意义不明了，又怎么下结论？果然，吹毛求疵并不是这么无理的要求。因此，本书为了让虚无假说和对立假说可以永存于读者脑海中，特别使用了“对立假说为正确”和“无法判定虚无假说为误”的表现方式进行处理。



# 例题

下表为沿用前一章138页的交叉资料表。

|              |      | 咖啡和红茶哪一种比较好? |     | 合 计 |
|--------------|------|--------------|-----|-----|
|              |      | 咖啡           | 红茶  |     |
| 常点餐的<br>料理种类 | 日式料理 | 43           | 33  | 76  |
|              | 西式料理 | 51           | 53  | 104 |
|              | 中式料理 | 29           | 41  | 70  |
| 合 计          |      | 123          | 127 | 250 |

请用独立性检验推测总体为“居住在日本20岁以上的人”之中，“常点的料理种类”和“咖啡和红茶哪一种比较好?”的克莱姆相关系数的值是否大于0，意即“常点的料理类别”和“咖啡和红茶哪一种比较好?”是否有关联。另外，置信水平设为0.01。

# 解答

|     |                                                    |                                                                                                |
|-----|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 步骤1 | 定义总体。                                              | 设“居住在日本20岁以上的人”为总体。                                                                            |
| 步骤2 | 建立虚无假说和对立假说。                                       | 虚无假说为“常食用的料理种类”和“咖啡和红茶哪一种比较好?”有相关。<br>对立假说为“常食用的料理种类”和“咖啡和红茶哪一种比较好?”不相关。                       |
| 步骤3 | 选择要进行“检验”的种类。                                      | 进行独立性检验。                                                                                       |
| 步骤4 | 决定置信水平。                                            | 设置信水平为0.01。                                                                                    |
| 步骤5 | 从样本资料求出检验统计量的值。                                    | 本例题欲进行的是独立性检验。因此检验统计量为皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ 。本例题中的 $\chi^2$ 值已在141页计算完毕。 $\chi^2_0 = 3.3483$ 。     |
| 步骤6 | 调查步骤5所求出的检验统计量的值，是否在拒绝域之中。                         | 检验统计量 $\chi^2_0$ 的值为3.3483。由于置信水平 $\alpha$ 为0.01，因此根据103页的卡方分布表，拒绝域为“9.2104”以上。检验统计量的值不在拒绝域之中。 |
| 步骤7 | 若步骤6的检验统计量在拒绝域之中，则结论为“对立假说正确”。反之，则结论为“无法判定虚无假说为误”。 | 检验统计量的值不在拒绝域之中。因此无法判定虚无假说——“常点的料理种类”和“咖啡和红茶哪一种比较好?”两者有相关为误。                                    |

## 总整理

• 所谓“检验”指的是，由样本数据来推测分析者针对总体所建立的假说是否正确的分析方法。

• “检验”的正确名称为统计的假说检验。

• 检验统计量是将样本数据转换为1个数值的公式。

• 置信水平一般都设为0.05或0.01。

• 拒绝域为对应置信水平的范围。

• 独立性检验为推测“总体的克莱姆相关系数的值是否为0”的分析方法。也可说是推测“交叉资料表中的两变量是否有关联”的分析方法。

• 若总体的克莱姆相关系数的值为0，则“皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ ”为遵守卡方分布。

• 虚无假说若为真，独立性检验中的P值，为求出大于或等于本次所求出的皮尔森卡方统计量 $\chi^2$ 之机率。

• 在“检验”中，下结论的根据有2种：

① 检验统计量的值是否在拒绝域中。

② P值是否小于置信水平。

• 无论是否为独立性检验，其“检验”分析顺序均相同。具体来说，如下所述。

|      |                                                         |
|------|---------------------------------------------------------|
| 步骤1  | 定义总体。                                                   |
| 步骤2  | 建立虚无假说和对立假说。                                            |
| 步骤3  | 选择要进行的“检验”种类。                                           |
| 步骤4  | 决定置信水平。                                                 |
| 步骤5  | 从样本数据求出检验统计量的值。                                         |
| 步骤6  | 调查在步骤5所求出的检验统计量值，是否在拒绝域之中。                              |
| 步骤7  | 若在步骤6中检验统计量的值在拒绝域之中，则结论为“对立假说成立”。若非如此，则结论为“无法判定虚无假说为误”。 |
| 步骤6P | 调查与在步骤5所求出的检验统计量值相对应的P值，是否比置信水平小。                       |
| 步骤7P | 步骤6P所得的P值若小于置信水平，则可作出“对立假说正确”。反之，则结论为“无法判定虚无假说为误”。      |



# ◆ 附 录 ◆

## 运用 EXCEL 计算

在此，利用Excel函数功能进行解说。

1. 做成次数分布表（的一部分）
2. 算出平均数、中位数、标准差
3. 做成“次数分布表”（的一部分）
4. 算出标准分数、离差
5. 算出标准正态分布的机率
6. 算出卡方分布的横轴刻度
7. 算出相关系数的值
8. 独立性检验

已经熟悉Excel函数功能的读者，建议你先从“2算出平均数、中位数、标准差”入手。

## 1 做成次数分布表（一部分）

使用33页的资料

### 步骤 1

选取“J3”单元格。

| 价格（日元） |     | 价格（日元） |     | 以上 未満 |      | 以下 次数 |
|--------|-----|--------|-----|-------|------|-------|
| 拉面馆1   | 700 | 拉面馆26  | 780 | 500   | 600  | 599   |
| 拉面馆2   | 850 | 拉面馆27  | 590 | 600   | 700  | 699   |
| 拉面馆3   | 600 | 拉面馆28  | 650 | 700   | 800  | 799   |
| 拉面馆4   | 650 | 拉面馆29  | 580 | 800   | 900  | 899   |
| 拉面馆5   | 980 | 拉面馆30  | 750 | 900   | 1000 | 999   |
| 拉面馆6   | 750 | 拉面馆31  | 800 |       |      |       |
| 拉面馆7   | 500 | 拉面馆32  | 550 |       |      |       |
| 拉面馆8   | 890 | 拉面馆33  | 750 |       |      |       |
| 拉面馆9   | 890 | 拉面馆34  | 700 |       |      |       |
| 拉面馆10  | 700 | 拉面馆35  | 600 |       |      |       |
| 拉面馆11  | 890 | 拉面馆36  | 800 |       |      |       |
| 拉面馆12  | 720 | 拉面馆37  | 800 |       |      |       |
| 拉面馆13  | 680 | 拉面馆38  | 880 |       |      |       |
| 拉面馆14  | 650 | 拉面馆39  | 790 |       |      |       |
| 拉面馆15  | 790 | 拉面馆40  | 790 |       |      |       |
| 拉面馆16  | 670 | 拉面馆41  | 780 |       |      |       |
| 拉面馆17  | 690 | 拉面馆42  | 600 |       |      |       |
| 拉面馆18  | 900 | 拉面馆43  | 670 |       |      |       |
| 拉面馆19  | 880 | 拉面馆44  | 680 |       |      |       |
| 拉面馆20  | 720 | 拉面馆45  | 650 |       |      |       |
| 拉面馆21  | 850 | 拉面馆46  | 890 |       |      |       |
| 拉面馆22  | 700 | 拉面馆47  | 930 |       |      |       |
| 拉面馆23  | 780 | 拉面馆48  | 650 |       |      |       |
| 拉面馆24  | 850 | 拉面馆49  | 777 |       |      |       |
| 拉面馆25  | 750 | 拉面馆50  | 700 |       |      |       |

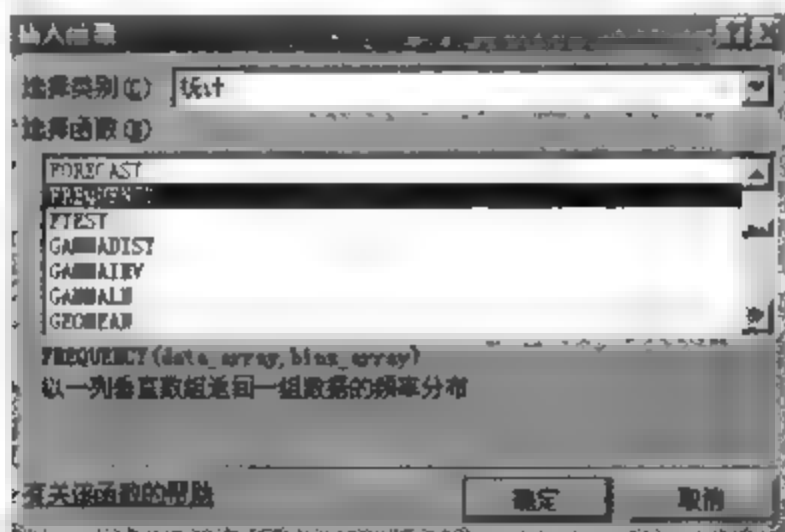
## 步骤 2

从工具栏的“插入”中选“函数”一项。



## 步骤 3

在“选取类别”中选择“统计”，再从“选择函数”中选择“FREQUENCY”。





## 步骤 8

计算完成!



| 以上  | 未滿   | (以下) | 次數 |
|-----|------|------|----|
| 500 | 600  | 599  | 4  |
| 600 | 700  | 699  | 13 |
| 700 | 800  | 799  | 18 |
| 800 | 900  | 899  | 12 |
| 900 | 1000 | 999  | 3  |

## 2 算出平均数、中位数、标准差

### 步骤 1

选取单元格“B10”。

|    | A   | B   |
|----|-----|-----|
| 1  |     | 人数  |
| 2  | 球衣  | 86  |
| 3  | 小洞  | 73  |
| 4  | 由美  | 124 |
| 5  | 小静  | 111 |
| 6  | 桃子  | 90  |
| 7  | 小枫  | 38  |
| 8  |     |     |
| 9  | 平均数 |     |
| 10 | 中位数 |     |
| 11 | 标准差 |     |
| 12 |     |     |

### 步骤 2

从工具栏的“插入”中选取“函数”一项。





### 步骤 3

在“选取类别”中选择“统计”，再从“选取函数”中选择“AVERAGE”。



### 步骤 4

选取下图的范围，点击“确定”按钮。



### 步骤 5

计算完成！！

|    | 人数  |
|----|-----|
| 1  |     |
| 2  | 86  |
| 3  | 73  |
| 4  | 124 |
| 5  | 111 |
| 6  | 90  |
| 7  | 38  |
| 8  |     |
| 9  | 87  |
| 10 |     |
| 11 |     |
| 12 |     |

## 步骤 6

与【步骤1】到【步骤5】相同步骤，求中位数和标准差。求中位数时，利用“MEDIAN”函数，求标准差时，则利用“STDEVP”函数。

## 3 做成“次数分布表”（一部分）

使用61页的资料。

## 步骤 1

选取单元格“F20”。

|    | 新校服   | 新校服   | 新校服   |
|----|-------|-------|-------|
| 1  | 1 喜欢  | 16 普通 | 31 普通 |
| 2  | 2 普通  | 17 喜欢 | 32 普通 |
| 3  | 3 普通  | 18 喜欢 | 33 喜欢 |
| 4  | 4 普通  | 19 喜欢 | 34 讨厌 |
| 5  | 5 讨厌  | 20 喜欢 | 35 喜欢 |
| 6  | 6 喜欢  | 21 喜欢 | 36 喜欢 |
| 7  | 7 喜欢  | 22 喜欢 | 37 喜欢 |
| 8  | 8 喜欢  | 23 讨厌 | 38 喜欢 |
| 9  | 9 喜欢  | 24 普通 | 39 普通 |
| 10 | 10 喜欢 | 25 喜欢 | 40 喜欢 |
| 11 | 11 喜欢 | 26 喜欢 |       |
| 12 | 12 喜欢 | 27 讨厌 |       |
| 13 | 13 普通 | 28 喜欢 |       |
| 14 | 14 普通 | 29 喜欢 |       |
| 15 | 15 喜欢 | 30 喜欢 |       |
| 16 |       |       |       |
| 17 |       |       |       |
| 18 |       |       |       |
| 19 |       |       |       |
| 20 |       |       |       |
| 21 |       |       |       |
| 22 |       |       |       |
| 23 |       |       |       |

## 步骤 2

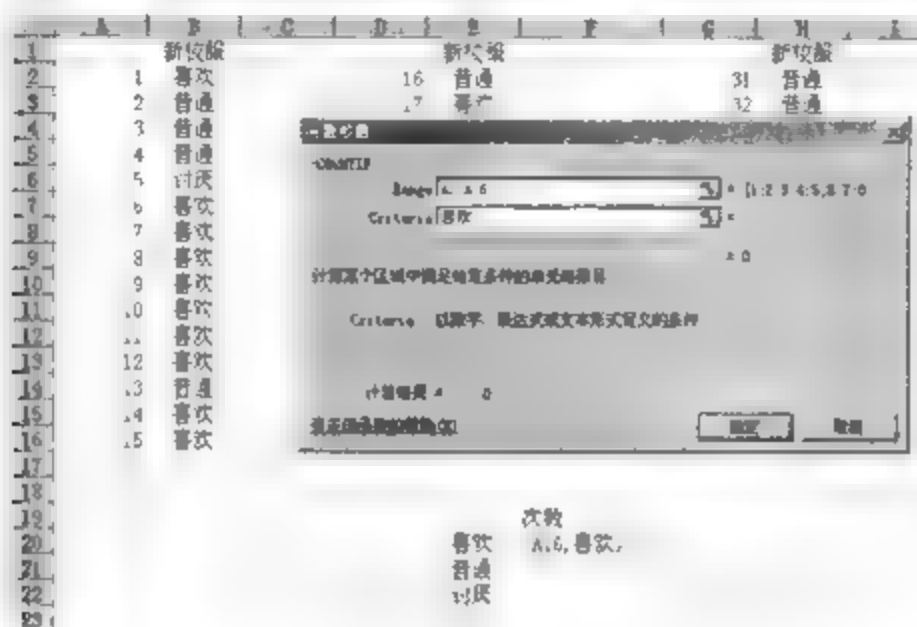
从工具栏的“插入”中选取“函数”一项。

## 步骤 3

在“选取类别”中选择“统计”，再从“选取函数”中选择“COUNTIF”。

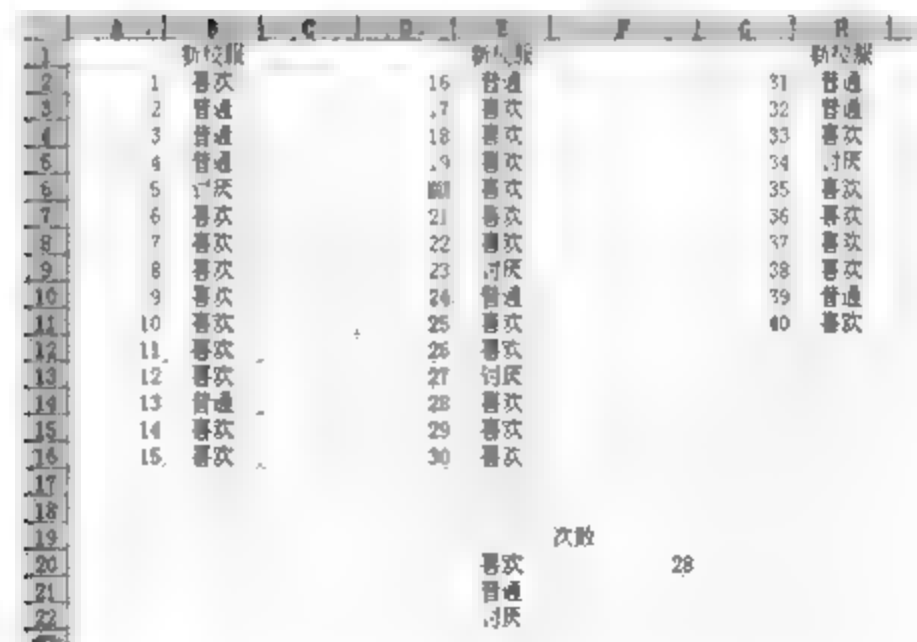
# 步骤 4

选取下图的范围，在“Criteria”直接输入“喜欢”，点“确定”按钮。



# 步骤 5

计算完成!



# 步骤 6

与【步骤1】到【步骤5】相同步骤，求“普通”和“讨厌”的次数。

#### 4 算出标准分数、离差

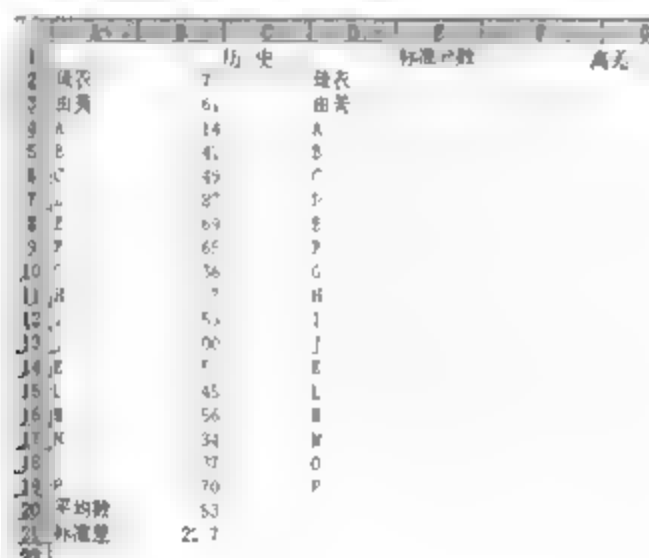
使用72页的资料。

从【步骤1】到【步骤5】是标准分数的相关程序。而从【步骤10】到【步骤12】为离差的相关程序。

虽然Excel中存在可求出标准分数的函数，然而并不存在可求出离差的函数。但是，如果利用标准计分的结果，将能更快求出离差。因此，本书使用Excel求离差。

##### 步骤 1

选取单元格“E2”。



|         | 历史  | 标准分数 | 离差 |
|---------|-----|------|----|
| 1 语文    | 7   |      |    |
| 2 数学    | 6   |      |    |
| 3 英语    | 14  |      |    |
| 4 物理    | 4   |      |    |
| 5 化学    | 49  |      |    |
| 6 生物    | 2   |      |    |
| 7 政治    | 69  |      |    |
| 8 历史    | 6   |      |    |
| 9 地理    | 6   |      |    |
| 10 音乐   | 36  |      |    |
| 11 美术   | 7   |      |    |
| 12 体育   | 5   |      |    |
| 13 其他   | 0   |      |    |
| 14 总分   | 45  |      |    |
| 15 平均分  | 56  |      |    |
| 16 标准差  | 34  |      |    |
| 17 标准分数 | 17  |      |    |
| 18 离差   | 70  |      |    |
| 19 平均分  | 53  |      |    |
| 20 标准差  | 2.7 |      |    |

##### 步骤 2

从工具栏的“插入”中选取“函数”一项。

##### 步骤 3

在“选取类别”中选择“统计”，再从“选取函数”中选择“STANDARDIZE”。

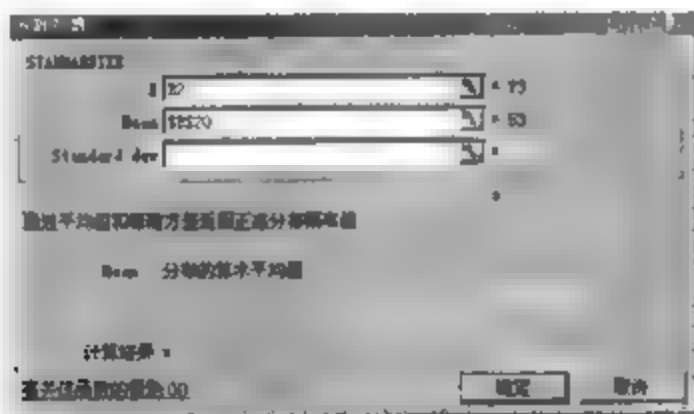
## 步骤 4

选取单元格“B2”。



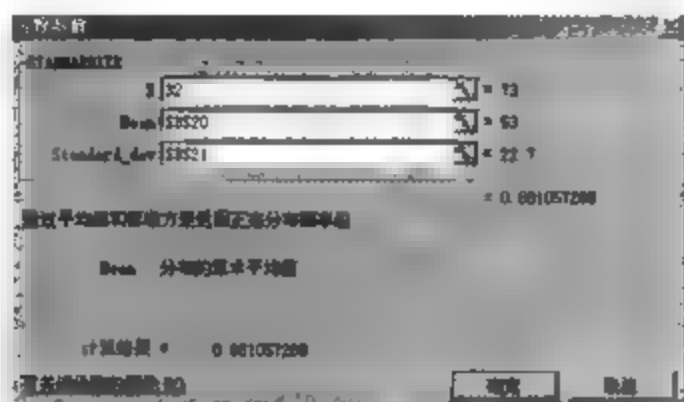
## 步骤 5

于“Mean”中选择单元格“B20”后，按一次“F4”键，并确认“B20”是否变成“\$B\$20”。



## 步骤 6

于“Standard\_dev”中选取“B21”后，按一次“F4”键，并确认“B21”是否变成“\$B\$21”后，点“确定”按钮。



历史

高差

## 步骤 7

确认是否已求出球衣的标准分数。

|    | 历史  | 球衣   | 标准分数 | 高差 |
|----|-----|------|------|----|
| 1  |     |      |      |    |
| 2  | 球衣  | 73   |      |    |
| 3  | 由黄  | 61   |      |    |
| 4  | A   | 14   |      |    |
| 5  | B   | 41   |      |    |
| 6  | C   | 49   |      |    |
| 7  | D   | 87   |      |    |
| 8  | E   | 69   |      |    |
| 9  | F   | 65   |      |    |
| 10 | G   | 36   |      |    |
| 11 | H   | 1    |      |    |
| 12 | I   | 53   |      |    |
| 13 | J   | 100  |      |    |
| 14 | K   | 57   |      |    |
| 15 | L   | 45   |      |    |
| 16 | M   | 56   |      |    |
| 17 | N   | 34   |      |    |
| 18 | O   | 37   |      |    |
| 19 | P   | 70   |      |    |
| 20 | 平均数 | 53   |      |    |
| 21 | 标准差 | 22.7 |      |    |

# 步骤 8

将鼠标移近单元格“E2”的右下角，待鼠标变为“黑色十字游标”后，按下鼠标左键，拖拉至“E19”后放开左键。

|    | 标准分数 离 差 |
|----|----------|
| 现代 | 0.88     |
| 由美 | 0.35     |
| A  |          |
| B  |          |
| C  |          |
| D  |          |
| E  |          |
| F  |          |
| G  |          |
| H  |          |
| I  |          |
| J  |          |
| K  |          |
| L  |          |
| M  |          |
| N  |          |
| O  |          |
| P  |          |

# 步骤 9

标准差计算完成！！

|    | 标准分数 离 差 |
|----|----------|
| 现代 | 0.88     |
| 由美 | 0.35     |
| A  | -1.71    |
| B  | -0.53    |
| C  | -0.18    |
| D  | 1.49     |
| E  | 0.7      |
| F  | 0.53     |
| G  | -0.75    |
| H  | -2.02    |
| I  | 0        |
| J  | 2.07     |
| K  | 0.18     |
| L  | -0.35    |
| M  | 0.13     |
| N  | -0.84    |
| O  | -0.7     |
| P  | 0.75     |



选取“F2”，在单元格内输入“=E2\*10+50”，然后按下“Enter”键。

|    | 标准分数 离差        |
|----|----------------|
| 晓衣 | 0.88 =E2*10+50 |
| 由美 | 0.35           |
| A  | 1.71           |
| B  | -0.53          |
| C  | -0.18          |
| D  | 1.49           |
| E  | 0.7            |
| F  | 0.53           |
| G  | -0.75          |
| H  | 2.02           |
| I  | 0              |
| J  | 2.07           |
| K  | 0.18           |
| L  | -0.35          |
| M  | 0.13           |
| N  | -0.84          |
| O  | -0.7           |
| P  | 0.75           |

## 步骤 11

重复【步骤8】的操作。



离差计算完成！！

|    | 标准分数  | 离差   |
|----|-------|------|
| 晓衣 | 0.88  | 58.8 |
| 由美 | 0.35  | 53.5 |
| A  | 1.71  | 72.9 |
| B  | -0.53 | 44.7 |
| C  | -0.18 | 48.2 |
| D  | 1.49  | 64.9 |
| E  | 0.7   | 57   |
| F  | 0.53  | 55.3 |
| G  | -0.75 | 42.5 |
| H  | 2.02  | 79.8 |
| I  | 0     | 50   |
| J  | 2.07  | 79.7 |
| K  | 0.18  | 51.8 |
| L  | -0.35 | 46.5 |
| M  | 0.13  | 51.3 |
| N  | -0.84 | 41.6 |
| O  | -0.7  | 43   |
| P  | 0.75  | 57.5 |

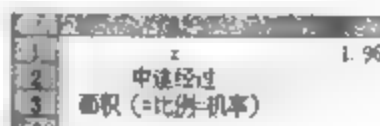


## 5 算出标准正态分布的机率

使用93页的资料。

### 步骤 1

选取单元格“B2”。



|   |             |      |
|---|-------------|------|
| 1 |             |      |
| 2 | z           | 1.96 |
| 3 | 中途经过        |      |
| 4 | 面积 (=比例=机率) |      |

### 步骤 2

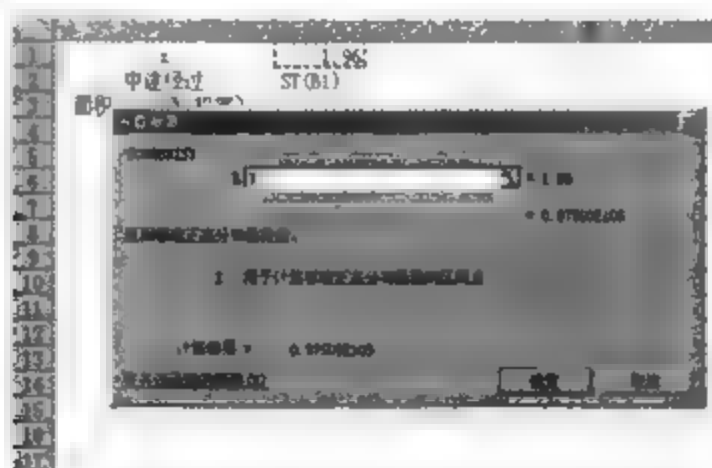
从工具栏的“插入”中选“函数”一项。

### 步骤 3

在“选取类别”中选择“统计”，再从“选取函数”中选择“NORMSDIST”。

### 步骤 4

选取单元格“B1”，按下“确定”键。



### 步骤 5

其实“NORMSDIST”为求出下图机率的函数。  
在此，于单元格“B3”内输入“=B2-0.5”。

|   | A           | B        |
|---|-------------|----------|
| 1 | z           | 1.96     |
| 2 | 中途经过        | 0.975002 |
| 3 | 面积 (=比例-机率) | =B2-0.5  |

### 步骤 6

计算完成！！

|   | A           | B        |
|---|-------------|----------|
| 1 | z           | 1.96     |
| 2 | 中途经过        | 0.975002 |
| 3 | 面积 (=比例-机率) | 0.475002 |

## 6 算出卡方分布的横轴刻度

使用104页的资料。

### 步骤 1

选取单元格“B3”。

|   | A    | B    |
|---|------|------|
| 1 | P    | 0.05 |
| 2 | 自由度  | 1    |
| 3 | 卡方分布 |      |

### 步骤 2

从工具栏的“插入”中选“函数”一项。

### 步骤 3

在“选取类别”中选择“统计”，再从“选取函数”中选择“CHIINV”。



## 7 算出相关系数的值

使用116页的资料。

### 步骤 1

选取单元格“B14”。

|    | A    | B        | C       |
|----|------|----------|---------|
|    |      | 心机品费 / 元 | 置机费 / 元 |
| 1  |      |          |         |
| 2  | A个组  | 4000     | 7000    |
| 3  | B个组  | 4000     | 8000    |
| 4  | C个组  | 12000    | 24000   |
| 5  | D个组  | 2000     | 4000    |
| 6  | E个组  | 7000     | 12000   |
| 7  | F个组  | 14000    | 30000   |
| 8  | G个组  | 4000     | 10000   |
| 9  | H个组  | 6000     | 15000   |
| 10 | I个组  | 8000     | 20000   |
| 11 | J个组  | 10000    | 18000   |
| 12 |      |          |         |
| 13 |      |          |         |
| 14 | 相关系数 |          |         |

### 步骤 2

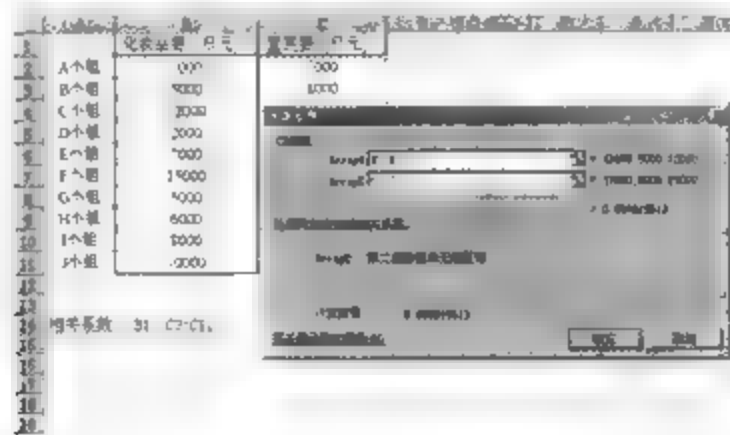
从工具栏的“插入”中选“函数”一项。

### 步骤 3

在“选取类别”中选择“统计”，再从“选取函数”中选择“CORREL”。

### 步骤 4

选取下图的范围后，按下“确定”键。



## 步骤 5

计算完成!!

|    |      | 化妆品费 (日元)   | 服装费 (日元) |
|----|------|-------------|----------|
| 1  |      |             |          |
| 2  | A小姐  | 3000        | 7000     |
| 3  | B小姐  | 5000        | 8000     |
| 4  | C小姐  | 12000       | 25000    |
| 5  | D小姐  | 2000        | 5000     |
| 6  | E小姐  | 7000        | 12000    |
| 7  | F小姐  | 15000       | 30000    |
| 8  | G小姐  | 5000        | 10000    |
| 9  | H小姐  | 6000        | 15000    |
| 10 | I小姐  | 8000        | 20000    |
| 11 | J小姐  | 10000       | 18000    |
| 12 |      |             |          |
| 13 |      |             |          |
| 14 | 相关系数 | 0.968019613 |          |

## 参考

非常可惜，并不存在可求出相关比和克莱姆相关系数的Excel函数。

## 8 独立性检验

使用157的资料。

## 步骤 1

选取单元格“B8”。

|    |    | 打电话 | 发短信 | 当面  | 合计  |
|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 1  |    |     |     |     |     |
| 2  | 女性 | 34  | 61  | 95  | 148 |
| 3  | 男性 | 38  | 40  | 74  | 152 |
| 4  | 合计 | 72  | 101 | 127 | 300 |
| 5  |    |     |     |     |     |
| 6  |    |     |     |     |     |
| 7  |    | 打电话 | 发短信 | 当面  |     |
| 8  | 女性 |     |     |     |     |
| 9  | 男性 |     |     |     |     |
| 10 |    |     |     |     |     |
| 11 |    |     |     |     |     |
| 12 | P值 |     |     |     |     |
| 13 |    |     |     |     |     |
| 14 |    |     |     |     |     |

## 步骤 2

于单元格“B8”内，输入“=E2\*B4/E4”。然后按下“Enter”键。

|    | 打电话 | 发短信 | 当面  | 合计  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 女性 | 34  | 61  | 53  | 148 |
| 男性 | 38  | 40  | 74  | 152 |
| 合计 | 72  | 101 | 127 | 300 |

|    | 打电话       | 发短信 | 当面 |
|----|-----------|-----|----|
| 女性 | =E2*B4/E4 |     |    |
| 男性 |           |     |    |

## 步骤 3

选取单元格“B8”内的“E2”文字部分，连按3次“F4”键，并确认“E2”是否变为“\$E2”后，按下“Enter”键。

|    | 打电话 | 发短信 | 当面  | 合计  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 女性 | 34  | 61  | 53  | 148 |
| 男性 | 38  | 40  | 74  | 152 |
| 合计 | 72  | 101 | 127 | 300 |

|    | 打电话          | 发短信 | 当面 |
|----|--------------|-----|----|
| 女性 | = \$E2*B4/E4 |     |    |
| 男性 |              |     |    |

## 步骤 4

选取单元格“B8”内的“B4”文字部分，连按2次“F4”键。并确认“B4”是否变为“B\$4”。选取单元格“B8”内的“E4”文字部分，按1次“F4”键，确认“E4”是否变为“\$E\$4”后，按下“Enter”键。

|    | 打电话 | 发短信 | 当面  | 合计  |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 女性 | 34  | 61  | 53  | 148 |
| 男性 | 38  | 40  | 74  | 152 |
| 合计 | 72  | 101 | 127 | 300 |

|    | 打电话                | 发短信 | 当面 |
|----|--------------------|-----|----|
| 女性 | = \$E2*B\$4/\$E\$4 |     |    |
| 男性 |                    |     |    |

### 步骤(5)

选取单元格“B8”，将鼠标移近单元格“B8”的右下角，待鼠标变为“黑色十字鼠标”后，按下鼠标左键，拖来至“D8”后放开左键。

|   | A  | B   | C   | D  | E   |
|---|----|-----|-----|----|-----|
| 1 |    | 打虫通 | 东似信 | 9面 | 统计  |
| 2 | 女性 | 13  | 61  | 44 | 148 |
| 3 | 男性 | 38  | 40  | 4  | 142 |
| 4 | 合计 | 51  | 101 | 48 | 190 |

|   | 打虫通 | 东似信 | 当面 |
|---|-----|-----|----|
| 1 |     |     |    |
| 2 |     |     |    |
| 3 | 女性  | 14  | 42 |
| 4 | 男性  |     |    |

10 P值

### 步驟 (6)

从单元格“B8”选取单元格“D8”，将鼠标移近单元格“D8”的右下角，待鼠标变为“黑色十字鼠标”后，按下鼠标左键，拖拉至单元格“D9”后放开左键。

|   | A  | B   | C   | D   | E   |
|---|----|-----|-----|-----|-----|
| 1 |    | 打电话 | 发短信 | 当面  | 合计  |
| 2 | 女性 | 34  | 61  | 53  | 148 |
| 3 | 男性 | 38  | 40  | 71  | 149 |
| 4 | 总计 | 72  | 101 | 124 | 297 |

|   | A  | B     | C     | D     |
|---|----|-------|-------|-------|
| 7 |    | 打电话   | 发短信   | 当面    |
| 8 | 女性 | 34.82 | 61.40 | 53.19 |
| 9 | 男性 | 38.89 | 40.59 | 71.81 |

### 步驟(7)

选取单元格“B12”。从工具列的“插入”中点选“函数”。在“选取类别”中选择“统计”，再从“选取函数”中选择“CHITEST”。

|    | 性别 | 打电话 |
|----|----|-----|
| 1  |    |     |
| 2  | 女性 | 34  |
| 3  | 男性 | 38  |
| 4  | 合计 | 72  |
| 5  |    |     |
| 6  |    |     |
| 7  |    | 打电话 |
| 8  | 女性 | 35  |
| 9  | 男性 |     |
| 10 |    |     |
| 11 |    |     |
| 12 | F值 |     |
| 13 |    |     |
| 14 |    |     |
| 15 |    |     |
| 16 |    |     |
| 17 |    |     |

Input Data Dialog Box:

- 变量名称(N): [ ]
- 缺失值(M): [ ]
- 范围(Range): [ ]
- 期望的范围(Expected Range): [ ]
- 处理缺失值(Handle Missing Values): [ ]
- 确定(OK)
- 取消(Cancel)

## 步骤 8

选取下图的范围，按下“确定”按钮。

|   | A  | B   | C   | D   | E   |
|---|----|-----|-----|-----|-----|
| 1 |    | 打电话 | 发短信 | 当面  |     |
| 2 | 女性 | 33  | 61  | 53  | 148 |
| 3 | 男性 | 38  | 40  | 74  | 152 |
| 4 | 合计 | 72  | 101 | 127 | 300 |

|   | A  | B     | C           | D           |
|---|----|-------|-------------|-------------|
| 7 |    | 打电话   | 发短信         | 当面          |
| 8 | 女性 | 33.52 | 49.82666667 | 62.64333333 |
| 9 | 男性 | 36.48 | 51.17333333 | 64.34666667 |

P值 =CHITEST(B2:D3,B8:D9)

CHITEST  
Actual range (B2:D3) = [33, 61, 53, 53, 40]  
Expected range (B8:D9) = [33.52, 49.82666667, 62.64333333, 36.48, 51.17333333, 64.34666667]  
Calculate in place  
Options: Display results in the following form: P-value (selected)  
P-value: 0.01823258  
OK

## 步骤 9

计算完成！！（※请确认此值是否与177页的P值一致。）

|   |    |     |     |     |     |
|---|----|-----|-----|-----|-----|
|   | A  | B   | C   | D   | E   |
|   |    | 打电话 | 发短信 | 当面  | 合计  |
| 2 | 女性 | 33  | 61  | 53  | 148 |
| 3 | 男性 | 38  | 40  | 74  | 152 |
| 4 | 合计 | 72  | 101 | 127 | 300 |

|   |    |       |             |             |
|---|----|-------|-------------|-------------|
|   |    | 打电话   | 发短信         | 当面          |
| 8 | 女性 | 33.52 | 49.82666667 | 62.64333333 |
| 9 | 男性 | 36.48 | 51.17333333 | 64.34666667 |

|    |    |            |  |  |
|----|----|------------|--|--|
| 12 | P值 | 0.01823258 |  |  |
|----|----|------------|--|--|





## ◆ 参考文献 ◆

- ・石村貞夫『統計解析のはなし』(東京図書)1989
- ・内田治/菅民郎/高橋信『EXCELアドインによる多変量解析』(東京図書)2003
- ・仮谷太一『医歯系・生物系のベーシック統計学』(共立出版)1988
- ・菅民郎『新版 アンケートデータの分析』(現代数学社)2000
- ・菅民郎『Excelで学ぶ統計解析入門(第2版)』(オーム社)2003
- ・杉山高一『統計学入門』(絢文社)1984
- ・鈴木武/山田作太郎『数理統計学—基礎から学ぶデータ解析—』(内田老鶴圃)1996
- ・豊田秀樹『調査法講義』(朝倉書店)1998
- ・東京大学教養学部統計学教室編『統計学入門』(東京大学出版会)1991
- ・東京大学教養学部統計学教室編『自然科学の統計学』(東京大学出版会)1992
- ・東京大学教養学部統計学教室編『人文・社会科学の統計学』(東京大学出版会)1994
- ・永田靖『統計的方法のしくみ』(日科技連)1996
- ・永田靖/棟近雅彦『多変量解析法入門』(サイエンス社)2001
- ・野田一雄/宮岡悦良『入門・演習 数理統計』(共立出版)1990
- ・L.ゴニック/W.スミス(中村和幸 訳)『マンガ 確率・統計が驚異的によくわかる』(白揚社)1995

换换眼镜吧！

不用！

推眼镜



(N-0349.0103)

责任编辑:张丽娜 赵丽艳

责任制作:董立颖 魏 谨

封面制作:【】【】【】【】【】【】【】【】【】【】

用漫画这种形式讲数学、物理和统计学,十分有利于在广大青少年中普及科学知识。

周恩来,邓颖超秘书,周恩来邓颖超纪念馆顾问  
中日友好协会理事,《数理天地》顾问,全国政协原副秘书长

赵博

用漫画和说故事的形式讲数学,使面貌冷峻的数学变得亲切、生动、有趣,使学习数学变得容易,这对于提高全民的数学水平无疑是功德无量的事。

《数理天地》杂志社 社长 总编  
“希望杯”全国数学邀请赛组委会 命题委员会主任

周国镇

用漫画的形式,讲解日常生活中的数学、物理知识,更能让大家感受到数学殿堂的奥妙与乐趣。

《光明日报》原副总编辑  
中华炎黄文化研究会 常务副会长

鲁诤

科学漫画是帮助学习文科的人们用形象思维的方式掌握自然科学的金钥匙。

中国人民大学外语学院日语专业 主任  
大学日语教学研究会 会长

成同社

在日本留学的时候,我在电车上几乎每次都能看到很多年轻的白领看这套图书,经济实惠、图文并茂、浅显易懂,相信这套图书的中文版也一定会成为白领们的手中爱物。

大连理工大学 能源与动力学院 博士 副教授

李琛

我非常希望能够在书店里看到这样的书:有人物形象、有卡通图、有故事情节,当然最重要的还有深厚的理工科底蕴。我想这样的书一定可以大大提升孩子们的学习兴趣,降低他们对于高深的理工科知识的恐惧感。

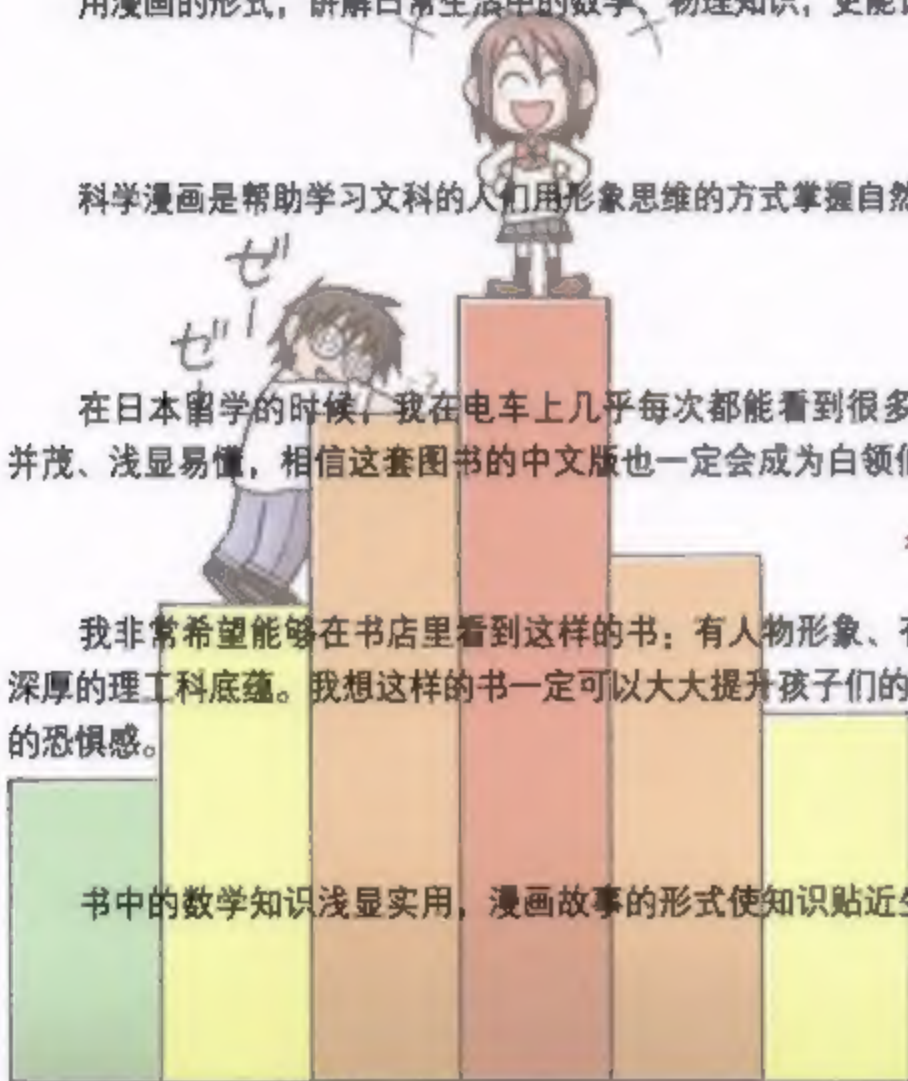
北京启明星培训学校 校长

冯明

书中的数学知识浅显实用,漫画故事的形式使知识贴近生活,概念更容易理解。

北京大学 数学科学学院 博士

张磊



科学出版社 东方科龙

<http://www.okbook.com.cn>  
[zhaoliyan@mail.sciencep.com](mailto:zhaoliyan@mail.sciencep.com)

上架建议:科普/漫画

ISBN 978-7-03-024796-4



定价:29.80元